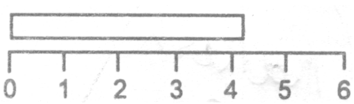
मापन , त्रुटियाँ तथा प्रयोग

1. **मापन में त्रुटि**

त्रुटि, अल्पतमांक तथा सार्थक अंकों को नीचे दिये गये उदाहरण द्वारासमझा जा सकताहै। मान लो हमें किसी छड़ की लम्बाई का मापन करता है हम इसे कैसे कर सकते है ?

(a) सेमी. पैमाने का उपयोग करने पर : (ऐसा पैमाना जिस पर केवल सेमी. चिन्ह अंकित हो)



हम 4 सेमी. लम्बाई को मापेंगे।

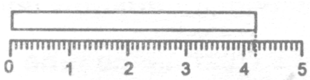
यद्यपि छड़ की लम्बाई 4 से अधिक होगी लेकिन इसे हम 4.1 सेमी. या 4.2 सेमी. नहीं कह सकते क्योंकि पैमाना केवल सेमी. माप कसता है। इससे निकट मान को नहीं माप सकता है।

★यह पैमाना सेमी. को यथार्थता से माप सकता है।

★अतः इसका अल्पतमांक 1 सेमी. है।

निकटतम मापन करने के लिये
और सूक्ष्म पैमाना, अर्थात मिमी. पैमान का उपयोग करते है।

(b) मिमी. पैमान का उपयोग करने पर : (ऐसा पैमाना जिस पर मिमी. अंकित होता है।)



हम $\ell = 4.2\,cm$. लम्बाई को मापेंगे, जोकि और निकट माप है। यदि हम और निकटता से प्रेक्षण करें तो लम्बाई 4.2 से थोड़ी सी ज्यादा है। लेकिन हम लम्बाई को 4.21 या 4.22ए या 4.20 नहीं कह सकते क्योंकि पैमाना केवल 0.1 सेमी. (1 मिमी.) तक मापन कर सकता है, इससे निकट नहीं।

★यह पैमाना 0.1 सेमी. तक की यथार्थता तक मापन कर सकता है।

★इसका अल्पतमांक 0.1 सेमी. है।

ℓ में अधिकतम अनिि चता 0.1 सेमी. हो सकती है।

ℓ में अधिकतम सम्भव त्रुटि 0.1 सेमी. हो सकती है।

लम्बाई का मापन =4.2 सेमी., इसमें दो सार्थक अंक 4 तथा 2 है, जिसमें 4 निि चत अंक तथा 2 अनिि चत अंक है। क्योंकि यहाँ 0.1 cm की अनिि चतता है।

और निकट
मापन प्राप्त करने के लिये

(c) वर्नियर कैपीपर्स का उपयोग करने पर : (यह और अधिक निकट अर्थात् 0.01 cm मापन कर सकता है।)

इससे $\ell = 4.23\,cm$ लम्बाई मापते है जोकि और निकट मापन है।

★यह 0.01 सेमी. तक यर्थाथता से माप सकता है।

अल्पतमांक =0.01 cm $\quad$ ℓ में अधिकतम अनिि चतता = 0.01 cm हो सकती है।
ℓ में अधिकतम सम्भव त्रुटि 0.01 cm हो सकती है।

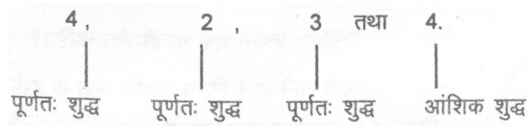
लम्बाई का मापन =4.23 cm. इसमें तीन सार्थक अंक, 4,2 तथा 3, है, जिसमें 4 तथा 2 निि चत अंक तथा 3 अनिि चत अंक है। क्योंकि यहां 0.01 cm की अनिि चतता है।

और निकट मापन प्राप्त करने के लियेः–

(d) स्क्रूगेज का उपयोग कर सकते है: (यह 0.001 cm तक मापन कर सकता है।)
इससे हम छड की लम्बाई $\ell = 4.234\text{cm}$ मापेंगे।

★ ℓ में अधिकतम समभ्ज्ञव अनिि चतता (त्रुटि) =0.001 cm हो सकती है

★ लम्बाई = 4.234 cm. में चार सार्थक अंक है।



पुनः और अधिक निकट मापन करने के लिए

(e) हम माइक्रोस्कोप (सूक्ष्मद र्िी) का उपयोग करते है।
हम $\ell = 4.2342\text{cm}$ सेमी. लम्बाई मापेंगे।

★ ℓ में अधिकतम सम्भव अनिि चतता (त्रुटि) = 0.0001 cm है।

★ लम्बाई 4.232 cm में पाँच सार्थक अंक, 4,2,3,4 तथा 2 है।

2. सार्थक अंक

उपरोक्त उदाहरण से, हम निम्न निश्कर्श निकाल सकते है कि किसी भी मापित रािा में –
सार्थक अंक = निि चत संख्याऐं (या पूर्णतः भाुद्ध अंक) + प्रथम अनिि चत संख्या

2.1 सार्थक अंक ज्ञात करने के नियमः

नियम 1 : सभी अ ान्य अंक सार्थक अंक होते है।
अर्थात् 123.56 में पांच सार्थक अंक है।

नियम 2 : दो अ ान्य अंकों के मध्य आने वाले अंक सार्थ अंक कहलाते है।
अर्थात् 1230.05 में छः सार्थक अंक है।

नियम 3:

$\ell = 3.5$ सेमी.	$\ell = 3.50$ सेमी.	$\ell = 3.500\text{cm}$
↓	↓ निकटर	↓ अधिक निकट
01 सेमी. यथार्थता	0.01 सेमी. यथार्थता	0.001 सेमी. यथार्थता
↓	↓	↓
(3.4–3.6) के मध्य स्थित है	ℓ (3.49–3.51) के मध्य स्थित है	ℓ (3.499–3.501) के मध्य स्थित है।

द ामलव बिन्दु के प ाचात् आने वाले भाून्य सार्थक अंक होते है। (ज्यादा यथार्थता **(accuracy)**द ाते है।)

3.5 सेमी.	**3.50** सेमी.	**3.500** सेमी.
↓	↓	↓ अति निकट
दो सार्थक अंक	तीन सार्थक अंक	चार सार्थक अंक

एक बार मापन होने के प ाचात्, सार्थक अंक मापन की निकटता के अनुसार निर्धारित हो जाते है। अब यदि इस मापन को विभिन्न मात्रकों में द ाऐं तो, सार्थक अंक परिवर्तित नहीं होते (सार्थक अंक केवल मापन की यर्थाथता पर निर्भर करता है।)

सार्थक अंक हमे ाा संरक्षित रहते है, मात्रक परिवर्तित होने पर भी सार्थक अंक परिवर्तित नहीं होते।

माना मिमी. पैमान का उपयोग करने पर हमें ℓ मिमी. लम्बाई प्राप्त होती है। (दो सार्थक अंक) यदि इसको हम अन्य मात्रक में प्रद ित करना चाहते है तो

85 मिमी. ⟶ 8.5 सेमी. ⟶ 0.085 मी.

85 मिमी. ↓ 85000 माइक्रोमी.

0.085 मी. ↓ 0.000085 किमी.

= 8.5×10^{-5} माइक्रोमी.

सभी में सार्थक अंक दो ही होने चाहिये।

आगे आने वाले नियत सार्थक अंक के इसी संरक्षण नियम पर आधारित है।

नियम 4: उपरोक्त उदाहरण से,

0.000085 किमी. ⟶ इसमें से सार्थक अंक है।

↓ सार्थक अंक नहीं है।

इसमें दो सार्थक अंक है। 8 तथा 5, इन अंकों से पहले आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं है।

एक से कम वाली संख्या में द मलव बिन्दु के बाद आने वाले तथा प्रथम अ ून्य अंक के पहले आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं होते है। (केवल मात्रक के परिवर्तन के कारण होते है।)

0.000305 सार्थक अंक 3 है।

$\Rightarrow$ 3.05×10^{-4} सार्थक अंक 3 है।

नियम 5: उपरोक्त उदाहरण से

85000 μm ⟶ इसमें भी दो सार्थक अंक है।

↓ सार्थक अंक नहीं है।

इसमें 8 तथा 5 दो सार्थक अंक है। अतः इनके बाद में आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं हैं

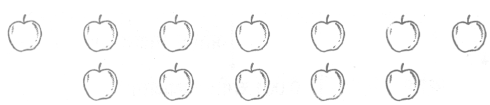
बिना द मलब बिन्दु वाले अंकां के सिरों या अन्त में आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं होते (केवल मात्रक परिवर्तन के कारण होते है।)

154 मी. = 15400 सेमी. = 15400 मिमी.

$=154\times10^{9}$ नैनोमीटर

सभी में सार्थक अंक तीन है। बात में आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं है।

नियम 6: यहां कुछ नि चत मापन दिया है जो कि पूर्ण है अर्थात्



सेबों की संख्या = 12 (exact) = 12.000000....... ∞

इस तरह के मापन के अनन्त यर्थाथत होती है। अतः इसमें ∞ सार्थक अंक हेाते है।

★ कक्षा मे विद्यार्थियों की संख्या = 125 (exact)

★ निर्वात में प्रका ा की चाल = 299, 792, 458 m/s (exact)

Ex.1 3.0800 में सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात करो

Sol. सा. अंक =5, क्योंकि द मलव के प चात् आने वाले भून्य सार्थक अंक होते हे।

Ex.2 0.00418 में सार्थक अंकों की संख्या ज्ञात करो।

Sol. सा. अंक. =3, अन्त में आने वाले भून्य सा. अंक नहीं होते।

Ex.3 3500 में सार्थक अंकों की संख्या बताइये।

Sol. सा. अंक में = दो, अन्त में आने वाले भून्य सार्थक अंक नहीं होते।

Ex.4 300.00 में कुल सार्थक अंक बताइये।

Sol. सा. अंक =5, द मलव अंक के प चात् आने वाले भून्य सार्थक अंक होते है।

Ex.5 5.003020 में सार्थक अंक बताइये ?

Sol. सार्थक अंक = सात, द मलव के प चात् आने वाले भून्य सार्थक अंक होते है।

Ex.6 6.020×10^{23} में सार्थक अंक की संख्या ज्ञात करो ?

Sol. सा. अंक =चार, 6,0,2,0 भोश 23 भून्य सार्थक अंक नहीं है।

Ex.7 1.60×10^{-19} में सा.अंक ज्ञात करो ?

Sol. सा. अंक = 3, 1,6,0,19 भून्य सा. अंक नहीं हे।

2.2 सार्थक अंकों के अनुसार गणनाऐं :

सार्थक अंकों के अनुसार अंक गणितीय गणनायें जैसे–योग व्यवकलन गुणा तथा भाग।

(a) योग ⟷ व्यवकलन

Ex.8 इस प्रक्रिया के लिये नीचे उदाहरण दिया गया है।

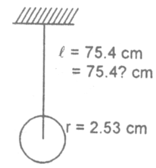
सरल लोलक में मापी गयी धागे की लम्बाई (मिमी. पैमान से) 75.4 cm तथा गोलक की मापी गयी त्रिज्या (वर्नियर से) .53 cm है। $\ell_{\text{तुल्य}} = \ell + r$ ज्ञात करो।

Sol. ℓ केवल 0.1 सेमी. (द ामलव के प्रथम अंक) तक ज्ञात है। हम यह नहीं जानते कि द ामलब के प्रथम अंक के प चात् अगला अंक क्या है।

अतः हम लिख सकते है $\ell = 75.4\text{cm} = 75.4?\text{cm}$ तथा त्रिजया r= 2.53 cm

यदि हम ℓ तथा r को जोड़ते है तो हम देखे है कि 3 के साथ जोड़ने वाला अंक पता ही नहीं है।

अतः इस स्थान को छोड़ देते है।



$\ell_{\text{तुल्य}}$ = 75.4? + 2.53 = 77.9? cm = 77.9 cm

योग तथा व्यवकलन के नियम ↔ व्यकलनः (उपरोक्त उदाहरण पर आधारित)

★ सर्वप्रथम सारी राि ायों को न्यूनतम यथार्थ राि ा के द ामलव के स्थानों तक पूर्णांकित करो।

★ इसके प चात् साधारण विधि से जोड़/व्यवकलन करो।

अर्थात्.

423.5 + 20.23	486.2 – 35.18
42.5	486.2
+20.3×	- 35.18
443.7	35.2
	451.0

गुणा ⟷ भाग के नियत

माना में निम्न को गुणा करना है। 2.11×1.2=2.11 ? ×1.2 ?

```
   2.11 ?
   x 1.2 ?
   ? ? ? ?
  4 2 2 ? x
2 1 1 ? x x
2. 5 ? ? ? ?     = 2.5
```

अतः दोनों संख्याओं में जिस संख्या में सार्थक अंक न्यूनतम होंगे उत्तर में उतने ही सार्थक अंक होंगे।

✪ गुणा भाग साधारण विधि से करता है।

✪ उत्तर को दोनों संख्याओं में से न्यूनतम सार्थक अंक वाली संख्या तक पूर्णांकित करना है।

312.65×64.4 = 8253.960

सा.अंक 5 3 सा.अंक ↓ 3 सा.अंक तक पूर्णांकित करना है

8250

Ex.9 एक घन की भुजा $\ell = 1.2\times10^{-2}$m है। इसके आयतन की गणना करो ?

Sol. $\ell = 1.2\times10^{-2}$

$V = \ell^3 = (1.2\times10^{-2})\quad(1.2\times10^{-2})\quad(1.2\times10^{-2})$

सा.अंक 2 सा.अंक 2 सा.अंक 2

$= 1.728\times10^{-6}\text{m}^3$

↓ 2 सा.अंकों तक पूर्णांकित करो।

$= 1.7\times10^{-6}\text{m}^3$

पूर्णांकित करने के नियम

✪ जिस संख्या को पूर्णांकित करना है यदि वह 5 (50%); से कम है तो उसे छोड़ दें।

द मलव के एक स्थान तक पूर्णांकित करें

47.833 → **47.8**

✪ यदि पूर्णांकित करने वाली संख्या 5(50%) से अधिक हो तो अंतिम संख्या को 1 बढ़ा दो।

द मलव के एक स्थान तक पूर्णांकित करें

47.862 → **47.9**

यदि पूर्णांकित करने वाली संख्या ठीक 5(50%) हो तो

✪ यदि अंतिम संख्या सम हो तो 5(50%) को छोड़ दें
20.65 → 20.6

यदि अंतिम संख्या विशम हो तो अंतिम अंक को 1 बढ़ा दें।
20.75 → 20.8

Ex.10 ओम के नियम के प्रयोग में प्रतिरोध के सिरों पर लगे वोल्टमीटर का पाठ्यांक 12.5 V तथा धारा का पाठयांक i=0-20 Amp. है तो प्रतिरोध यथार्थ सार्थक अंकों तक ज्ञात करो।

Sol. $R = \frac{V}{i} = \frac{1.25}{0.20}$ सा अंक 3 $= 6.25\Omega \xrightarrow[\text{तक पूर्णांकित करो}]{} 62\Omega$

2 सां अंकों
तक पूर्णांकित करो

Ex.11 स्क्रूगेज की सहायता से एक तार की त्रिज्या 2.50 मिमी. ज्ञात करते है। मिमी. पैमान से तार की लम्बाई 50.0 सेमी. है। यदि तार का द्रव्यमान 25 ग्राम मापा जाता है तो तार का घनत्व उचित सार्थक अंकों तक ज्ञात करो ? ($\pi = 3.14$ ecactly)

Sol. $\rho = \frac{m}{\pi r^2 \ell} = \frac{25}{\pi(0.250)^2(50.0)}$

(दो सा. अंक)

तीन सा.अंक   तीन सा. अंक

$= 2.5465 \xrightarrow[\text{सा.अंक}]{\text{दो}}$ 2.5 ग्राम/सेमी.^{3}

3. अल्पतमांक :

पृश्ठ–1 से हम पढ़ चुके है कि कोई भी मापन यथार्थ नहीं होता। प्रत्येक उपकरण एक नि चत यथार्थता तक ही माप सकता है, इसे अल्पतमांक कहते है।

अल्पतमांक : किसी उपकरण द्वारा मापा गया न्यूनतम पाठ्यांक

- मिमी. पैमाना अल्पतमांक =1 मिमी.
- वर्नियर अल्पतमांक = 0.1 मिमी.
- स्क्रूगेज अल्पतमांक L.C = 0.01 mm अल्पतमांक (L.C.)
- स्टॉप वॉच अप्लतमांक **= 0.1 sec**
- ताप थर्मामीटर अल्पतनांक L.C. = 1^0C

4. अनुमेय त्रुटि

प्रयोग में प्रयुक्त किये गये मापक–यन्त्रों की यथार्थता की सीमा के कारण आने वाली त्रुटि को अनुमेय त्रुटि कहते है। मिमी. पैमान से $\rightarrow 1$ मिमी. यथार्थता (अल्पतमांक) तक मापन कर सकते है। इससे हम निम्न प्रकार मापन प्राप्त करेंगे। $\ell = 34\text{mm}$

$\downarrow$

अधिकतम अनि चतता 1 मिमी. प्राप्त होती है।
अधिकतम अनुमेय त्रुटि $(\Delta\ell) = 34\text{mm}$ मिमी. है।

परन्तु यदि अन्य उपकरण का उपयोग करने पर $\ell = 34.5$ मिमी. प्राप्त होती है। तो अनुमेच त्रुटि $(\Delta\ell) = 0.1$ मिमी. प्राप्त होती है तो अधिकतम अनुमेय त्रुटि $(\Delta\ell) = 0.001$ मिमी. है। = अंतिम संख्या का स्थानी मान

मापित रा ा मं अधिकतम अनुमेय त्रुटि = अंतिम संख्या का स्थानीय मान

5. प्रत्येक प्रेक्षित रा ा में त्रुटि के कारण परिणाम में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :

माना परिणाम f(x,y) में दो रा यां x तथा y हे।

माना x में त्रुटि $= \pm\Delta x$ है। (dx) अर्थात् $x \in (x - \Delta x, x + \Delta x)$

y में त्रुटि $= \pm\Delta y$ (dy) अर्थात् $y \in (y - \Delta y, y + \Delta y)$

Case : (I) यदि f(x,y)=x+y

$df = dx + dy$

f में त्रुटि $= df = \pm\Delta x \pm \Delta y$

f में अधिकतम सम्भव त्रुटि $= (df)_{\text{अधिकतम}} = (\pm\Delta x \pm \Delta y)$ का अधिकतम

$(df)_{max} = \Delta x + \Delta y$

Case : (II) यदि f =x-y

$df = dx - dy$

$= \pm\Delta x \mp \Delta y$

f में अधिकतम सम्भव त्रुटि $= (df)_{\text{अधिकतम}} = (\pm\Delta x \mp \Delta y)$ का अधिकतम

$(df)_{\text{अधिकतम}} = \Delta x + \Delta y$

अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करने के लिये चिन्हों को इस तरह से व्यवस्थित करते है, ताकि त्रुटियां जुड़ जाए और अधिकतम प्रीााव उत्पन्न करें।

अर्थात् $f = 2x - 3y - z$

$(df)_{\text{अधिकतम}} = 2\Delta x + 3\Delta y + \Delta z$

Ex.12 एक अनुनाद नली के प्रयोग में $\ell_1 = 25.0$ सेमी. तथा $\ell_2 = 75.0$ समी. प्राप्त होता है। यदि आवृत्ति में कोई त्रुटि न हो तो ध्वनि की चाल $f_0 325\text{Hz}$ में अधिकतम अनुमेय त्रुटि क्या होगी ?

$V = 2_0(\ell_2 - \ell_1)$

$(dV) = 2f_0(d\ell_2 - d\ell_1)$

$(dV) = 2f_0(d\ell_2 - d\ell_1)$

$(dV)_{\text{अधिकतम}} = [2f_0(\pm\Delta\ell_2 \pm \Delta\ell_2)]$ का अधिकतम

$= 2f_0(\Delta\ell_2 + \Delta\ell_1)$

$\ell_1 = 25.0\text{cm} \Rightarrow \quad \Delta\ell_1 = 0.1\text{cm}$ (अंतिम संख्या का स्थानीय मान)

$\ell_1 = 75.0\text{cm} \Rightarrow \quad \Delta\ell_2 = 0.1\text{cm}$ (अंतिम संख्या का स्थानीय मान)

अतः ध्वनि की चाल में अधिकतम अनुमेय त्रुटि $(dV)_{\text{अधिकतम}} = 2(325\text{Hz})(0.1\text{cm} + 0.1\text{cm}) = 1.3\text{m/s}$

V का मान $2f_0(\ell_2 - \ell_1)$ =2(325Hz)(75.0 cm – 2.0 cm) = 325 m/s

अतः $V = (325 \pm 1.3)\text{ m/s}$

Case (III) यदि f(x,y,z)= (नियतांक) $x^a y^b z^c$

दोंनों तरफ log लेने पर

$\ell n f = \ell n$ (नियतांक) $+ a\,\ell n\, x + b\,\ell n\, y + c\,\ell n\, z$

↓ दोनों तरफ अवकलन करने पर

$$\frac{df}{f} = a\frac{dx}{x} + b\frac{dy}{y} + c\frac{dz}{z} \quad \Rightarrow \quad \frac{df}{f} = \pm a\frac{\Delta x}{x} \pm b\frac{\Delta y}{y} \pm c\frac{\Delta z}{z}$$

$\left(\frac{df}{f}\right)_{\text{अधिकतक}} \pm a\frac{\Delta x}{x} \pm b\frac{\Delta y}{y} \pm c\frac{\Delta z}{z}$ का अधिकतम

अर्थात् $f = (15)x^{-2}y^{-3/2}z^{-5}$

$$\frac{df}{f} = 0 + \frac{dx}{x} - \frac{3}{2}\frac{dy}{y} - 5\frac{dz}{z}$$

$$\frac{df}{f} = \pm 2\frac{\Delta x}{x} \mp \frac{3}{2}\frac{\Delta y}{y} \mp 5\frac{\Delta z}{z}$$

$\left(\frac{df}{f}\right)_{\text{अधिकतक}} = (\pm 2\frac{\Delta x}{x} \mp \frac{3}{2}\frac{\Delta y}{y} \pm 5\frac{\Delta z}{z}$ का अधिकतम

$$\left(\frac{df}{f}\right)_{\text{अधिकतक}} = 2\frac{\Delta x}{x} + \frac{3}{2}\frac{\Delta y}{y} + 5\frac{\Delta z}{z}$$

✪ **चिन्हों को इस प्रकार व्यवस्थित करते है जिससे कि त्रुटियां जुड़ती जाएं।**

Ex.13 यदि प्रतिरोध का प्रेक्षित मान $R = 1.05\Omega$ तार का व्यास d= 0.60 मिमी. तथा लम्बाई $\ell = 75.3$ सेमी. हो तो प्रतिरोधकता $\frac{R\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}{\ell}$ में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो ?

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{\text{अधिकतक}} = \frac{\Delta r}{R} + \frac{\Delta d}{d} + \frac{\Delta \ell}{\ell}$$

$R = 1.05\Omega \quad \rightarrow \quad \Delta R = 0.01\Omega$ (अल्पतमांक)

$d = 0.60 \quad \rightarrow \quad \Delta d = 0.01$ मिमी. (अल्पतमांक)

$\ell = 75. \quad \rightarrow \quad \Delta \ell = 0.1$ सेमी. (अल्पतमांक)

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{\text{अधिकतक}} = \frac{0.01\Omega}{1.05\Omega} + 22\frac{0.01mm}{0.60mm} + \frac{0.1cm}{75.3cm} =$$

Ex.14 ओम के नियम के अनुप्रयोग में, प्रतिरोध के सिरों पर प्रेक्षित विभवपात v = 5.0 वोल्ट है तथा प्रेक्षित धारा i = 2.00 ऐम्पियर है तो प्रतिरोध में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो ?

Sol. $R = \frac{v}{i} = v \times i^{-1}$

$$\left(\frac{Dr}{R}\right)_{max} = \frac{\Delta v}{v} + \frac{\Delta i}{i}$$

V = 5.0 वोल्ट ⟶ $\Delta v = 0.1$ वोल्ट

i = 2.00 ऐम्पियर ⟶ $\Delta i = 0.01$ ऐम्पियर

$$\%\left(\frac{dR}{R}\right)_{\text{अधिकतक}} = \left(\frac{0.1}{5.0} + \frac{0.01}{2.00}\right) \times 100\% \qquad = 2.5\%$$

दिये गये प्रेक्षण से R का मान $R = \frac{v}{i} = \frac{5.0}{2.00} = 2.5\Omega$

अतः लिख सकते है $R = (2.5 \pm 2.5\%)\Omega$

Ex.15 सर्ल के प्रयोग में यंग प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करने के लिये तार का मापित व्यास D=0.5 सेमी. तार की लम्बाई L=125 सेमी. है तथा जब m=20.0 किग्रा. भार रखा जाता है तो तार में 0.100 सेमी. विस्तार होता है तो यंग के प्रत्यास्थता गुणांक (Y) में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो ?

Sol. $\frac{mg}{\pi d^2/4} = Y(\frac{x}{\ell}) \quad \Rightarrow \quad Y = \frac{mg\ell}{(\pi/4)d^2x}$

$$\left(\frac{dY}{Y}\right)_{\text{अधिकतक}} = \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta \ell}{\ell} + 2\frac{\Delta x}{x}$$

$m = 20.0\text{kg} \quad \Rightarrow \quad \Delta m = 0.1\text{kg}$

$\ell = 125\text{m} \quad \Rightarrow \quad \Delta \ell = 1\text{ cm}$

$d = 0.050\text{cm} \quad \Rightarrow \quad \Delta d = 0.001\text{cm}$

$x = 0.100 \quad \Rightarrow \quad \Delta x = 0.001\text{cm}$

$$\left(\frac{dY}{Y}\right)_{\text{अधिकतक}} = \left(\frac{0.1\text{kg}}{20.0\text{kg}} + \frac{1\text{cm}}{125\text{cm}} + \frac{0.001\text{cm}}{0.05\text{cm}} + \frac{0.001\text{cm}}{0.100\text{cm}}\right) \times 100\% = 4.3\%$$

Ex.16 'g' का मान प्राप्त करने के लिये सरल लोलक का उपयोग करते हे। $T = 2.00\text{sec}; \ell = 1.00\text{m}$ मापित है तो 'g' में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो ? 'g' का मान भी ज्ञात करो । $(\pi^2 = 10)$

Sol. $T = 2\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}} \quad \Rightarrow \quad g = \frac{4\pi^2\ell}{T^2}$

$$\left(\frac{dg}{g}\right)_{max} = \frac{\Delta\ell}{\ell} + 2\frac{\Delta T}{T} = \left(\frac{0.01}{1.00} + 2\frac{0.01}{2.00}\right) \times 100\% \quad = 2\%$$

g का मान $= \frac{4\pi^2\ell}{T^2} = \frac{4 \times 10 \times 1.00}{(2.00)^2} = 10.0\text{m/s}^2$

$\left(\frac{dg}{g}\right)_{max} = 2/100$ so $\frac{dg_{max}}{10.0} = \frac{2}{100}$ so $(dg)_{max} = 0.2 =$ 'g' में अधिकतम त्रुटि

अतः $'g' = (10.0 \pm 0.2)\text{m/s}^2$

त्रुटियों के प्रकार :

1. बाह्मय कारकों के कारण त्रुटि :
प्रयोग के दौरान बाह्मय प्रतिबन्धों के कारण होने वाली त्रुटि जो प्रयोगकर्ता के नियंत्रण के बाहर हो। उदाहरण कमरे के ताप में परिवर्तन वायुमण्डलीय दाब आदि। यदि परिणाम को प्रभावित करने वाले कारकों को रिकॉर्ड किया जाये तो इन त्रुटियों में उचित सं ाोधन किया जा सकता है।

2. उपकरणी त्रुटि
प्रत्येक उपकरण ध्यानपूर्वक बनाये जाते है फिर भी इनमें कुछ अपूर्णता होती है। इस अपूर्णता के परिणामस्वरूप, इन उपकरणों से मापन त्रुटि से मुक्त नहीं हो पाता। मापन उपकरणों के निर्माण में अपूर्णता के कारण आने वाली त्रुटि को उपकरणी त्रुटि कहते है। इन त्रुटियों के परिमाण नियत होते है तथा इन त्रुटियों के लिये उचित सं ाोधन किये जा सकते है अर्थात् वर्नियर कैपीलर्स में भून्य त्रूटि तथा स्क्रूगेज backlash त्रुटि आदि।

3. व्यक्तिगत त्रुटि :
दो प्रेक्षक एक ही उपकरण का उपयोग करते है तब भी उनके प्रयोग का परिणाम अलग–अलग आता है और यदि एक ही प्रेक्षक एक ही प्रयोग को कई बार करें तब भी प्रयोग के परिणाम अलग–अलग आते है। किसी प्रेक्षक द्वारा ईमानदारी और अच्छे

तरीके से प्रयोग करने के बाद भी होने वाली त्रुटि को व्यक्तिगत त्रुटि कहते है। इन त्रुटियों को अवसर त्रुटि भी कहते है क्योंकि ये केवल

अवसर पर ही निर्भर करती है। परिमणा में अवसर त्रुटि के प्रभाव को कम करने के लिये अनेक प्रेक्षण लिये जाते है और बाद में उनका माध्य लिया जाता है। (यह अगले पद में समझाया गया है।)

4. औसत में त्रुटि :

माना हमें किसी रा ि ा को मापना है तो हम इसके कई सारे प्रेक्षण $a_1, a_2, a_3.....a_n$ लेते हे। प्रत्येक प्रेक्षण में परम त्रुटि तथा प्रति ि ात त्रुटि ज्ञात करने के लिये निम्नलिखित बिन्दुओं का अनुसार करेंगे:

(a) सबसे पहले हम सभी प्रेक्षणों $(a_1, a_2, a_3.....a_n)$ का माध्य ज्ञात करते है $a_{\text{माध्य}} = (a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n)/n$
इसी माध्य $(a_{\text{माध्य}})$ को मापित रा ि ा का सबसे उत्तम माना जाता सकता है।

(b) परम त्रुटि :
किसी रा ि ा के सबसे उत्तम सम्भव मान या माध्य मान तथा प्रत्येक मापन के अंतर का परिमाण परम त्रुटि कहलाता है। प्रत्येक मापित मान की परम त्रुटि

$$\Delta a_n = |a_{\text{माध्य}} - a_n|$$

सभी परम त्रुटि के गणितीय माध्य को माध्य परम त्रुटि कहते है।

$$\Delta a_{\text{माध्य}} = (|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + |\Delta a_3| + ... + \Delta a_n|)/n$$

$$\Delta a_{\text{माध्य}} = \left(\sum_{i=1}^{n} |\Delta a_i|\right) \Big/ n$$

अतः हम कह सकत है $a_{\text{माध्य}} - \Delta a_{\text{माध्य}} \le a \le \Delta a_{\text{माध्य}} + \Delta a_{\text{माध्य}}$

(c) **आपेक्षिक तथा प्रति ि ात त्रुटि**
आपेक्षिक त्रुटि, माध्य पर त्रुटि तथा अंक गणितीय त्रुटि का अनुपात होती है।

$$\text{आपेक्षित त्रुटि} = \frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}}$$

जब आपेक्षिक त्रुटि माध्य परम त्रुटि को प्रति ि ात में द ाते है तो इसे प्रति ि ात त्रुटि कहते है।

$$\text{अतः प्रति ि ात त्रुटि} = \frac{\Delta a_{\text{माध्य}}}{a_{\text{माध्य}}} \times 100\%$$

Ex.17 किसी प्रेक्षण में 'g' के निम्न मान प्राप्त होते है–
9.81, 9.80, 9.82, 9.79, 9.78, 9.84, 9.79, 9.78, 9.79 तथा 9.80 तो g में परम त्रुटि ज्ञात करो ?

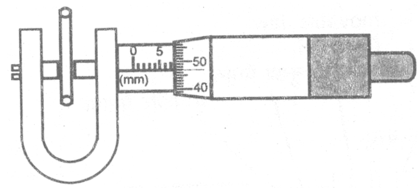
क्र. स.	g का मान	परम त्रुटि $\Delta g = \lvert g_i - \bar{g} \rvert$
1	9.81	0.01
2	9.80	0.00
3	9.82	0.02
4	9.79	0.01
5	9.78	0.02
6	9.84	0.04
7	9.79	0.01
8	9.78	0.02
9	9.79	0.01
10	9.80	0.00
	$g_{\text{माध्य}} = 9.80$	$\Delta g_{\text{माध्य}} = \frac{\sum \Delta g_i}{10} = \frac{0.14}{10} = 0.014$

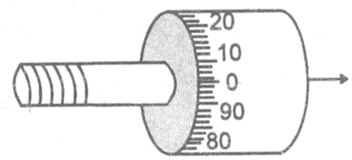
Sol. प्रति ि ात त्रुटि $= \frac{\Delta g_{\text{माध्य}}}{g_{\text{माध्य}}} \times 100 = \frac{0.14}{9.80} \times 100\% \quad = 0.14\%$

अतः $'g' = (9.80 \pm 0.014) m/s^2$

प्रयोग – 1

स्क्रूगेज (सूक्ष्ममापी)





स्क्रूगेज का उपयोग $\left(\frac{1mm}{100}\right)$ जितना निकट मापन प्राप्त करने के लिये लिया जाता है। देखते है कि यह 1 मिमी. को 100 सम भागों में विभाजित करता हैं एक घूर्णन में स्क्रू (spindle)1 mm आगे बढ़ जाता है। (इसे स्क्रू का पिच (चूड़ी अन्तराल)कहते है।) स्क्रू के घूर्णन को 100 भागों में बाँटा जाता है (जिसे वृत्ताकार पैमाना कहते है।) इस प्रकार 1 मिमी. को 100 भागों में विभाजित किया जाता है।

1 घूर्णन = 1 mm

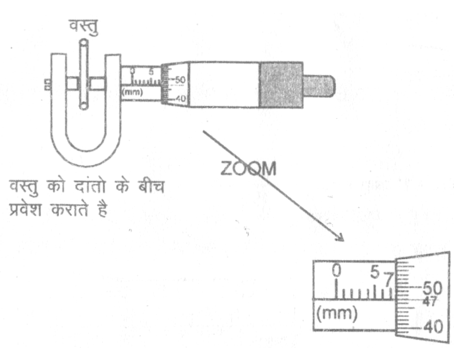
100 वृत्तकार भाग = 1 mm

अतः 1 वृत्ताकार भाग = $\frac{1mm}{100}$ स्क्रूगेज का अल्पतमांक

अतः व्यापक रूप से

$$\boxed{\text{स्क्रूगेज का अल्पतमांक} = \frac{1mm}{100} = \frac{\text{स्क्रूगेज की पिच (चूड़ी अन्तराल)}}{\text{वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या}}}$$

स्क्रूगेज की सहायता से किसी वस्तु की मोटाई ज्ञात कराना।



1 वृत्ताकार भाग = $\frac{1\text{ mm}}{100}$

47 वृत्ताकार भाग = $47 \times \frac{1\text{ mm}}{100}$

वस्तु की मोटाई = 7. - - - - -

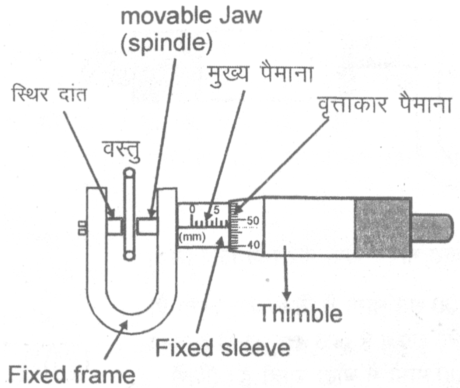
= 7 mm + 47 वृत्ताकार भाग

$= \underbrace{7\text{ mm}}_{\text{मुख्य पैमाने का पाठ्यांक}} + \underbrace{47}_{\text{वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यांक}} \underbrace{\left(\frac{1\text{ mm}}{100}\right)}_{\text{अल्पतमांक}}$

$$\boxed{\text{वस्तु की मोटाई} = \text{स्क्रूगेज का पाठ्यांक} = \left[\text{मुख्य पैमाने का पाठ्यांक}\right] + \left[\text{वृत्ताकार पैमाने का पाठ्यांक}\right]\left[\text{अल्पतमांक}\right]}$$

अल्पतमांक = $\frac{\text{पिच}}{\text{वृत्ताकार पैमाने पर भागों की संख्या}}$

स्क्रूगेज का विवरण :



जिस वस्तु का मापन करना है उसे दांतों के बीच में रखा जाता है। sleeve एक खोखला भाग है। जो कि frame के साथ जुड़ा रहता है तथा मुख्य पैमाना इस पर अंकित होता हे।

spindle तथा thimble को जोड़कर, स्क्रू के साथ गति करवाया जाता है। चित्रानुसार thimble वृत्ताकार पैमाने पर अंकित है। इसमें साधारणतया 100 भाग होते है। (कभी–कभी 50 भाग भी होते है।)

मुख्य पैमान में मिमी. चिन्ह होते है। (कभी–कभी इसमें मिमी. चिनह के नीचे 1/2 मिमी. चिन्ह भी अंकित होते है।)

(साधारणतया स्क्रूगेज का पिच 1 मिमी. हो तो मुख्य पैमान पर 1 मिमी. चिन्ह होता है तथा यदि पिच 1/2 मिमी. हो तो इसमें 1/2 मिमी. चिन्ह भी होते है।)

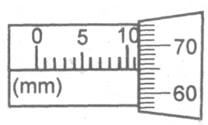
यह उपकरण 0.01 मिमी. (10μm) यथार्थता तक पढ़ सकता है। इस कारण इसे micrometer कहते है।

Ex.18 दिये गये सामान्य स्क्रूगेज का पाठ्यांक ज्ञात करो।

★ मुख्य पैमाने में केवल मिमी. के चिन्ह अंकित है।

★ वृत्ताकार पैमान में 100 भाग है।

★ एक पूर्ण घूर्णन में स्क्रगेज 1 मिमी. से आगे बढ़ जाता है।



Soln: वस्तु की मोटाई = 11 mm + 65 $\left(\frac{1\text{ mm}}{100}\right)$

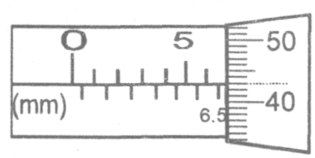
= 11.65 mm

Ex.19 दिये गये स्क्रूगेज का पाठ्यांक ज्ञात करो।

★ मुख्य पैमाने में $\frac{1}{2}$ मिमी. के चिन्ह है।

★ वृत्ताकार पैमान में 50 भाग है।

★ पूर्ण घूर्णन में, स्क्रू $\frac{1}{2}$ मिमी. आगे बढ़ जाता है।



Soln : वस्तु की मोटाई = 6.5 ----

वस्तू की मोटाई = 6.5 mm +43 $\left(\frac{1/2mm}{50}\right)$

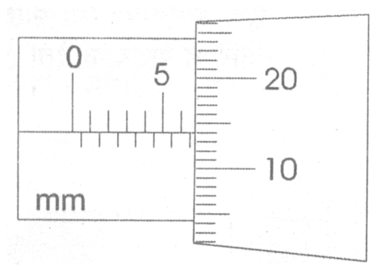
= 6.93

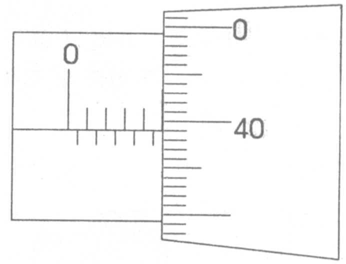
Ex.20 नीचे दिये गये दोनों स्क्रूगेज के पाठ्यांक ज्ञात करो।

★ मुख्य पैमाने पर $\frac{1}{2}$ मिमी. चिन्ह है।

★ वृत्ताकार पैमान में 50 भाग है।

★ एक पूर्ण घूर्णन में, स्क्रू $\frac{1}{2}$ मिमी. आगे बढ़ जाता है।

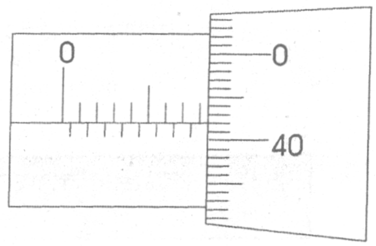




वस्तु की मोटाई $= 6.5\text{mm} + 14 \left(\frac{1/2\text{mm}}{50}\right)$

वस्तु की मोटाई 4.5 mm + 39 $\left(\frac{1/2\text{mm}}{50}\right)$ = 4.89 mm

Ex.21 $R = 100.0\Omega$ प्रतिरोध तथा l=50.0 cm लम्बाई के तार को स्क्रूगेज के दांतों के बीच रखा जाता है। इसका पाठ्यांक चित्र में प्रद ित है। इसकी प्रतिरोधकता में अधिकतम सम्भव अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो ?



Soln:

वस्तु की मोटाई $= 8 \text{ mm} + 42 \left(\frac{1/2\text{mm}}{50}\right)$

$= 8.82$ mm

$R = \frac{\rho_\ell}{\pi d^2/4} \qquad \rho = \frac{R\pi d^2}{4\ell} \qquad = \frac{(100.0)(3.14)(8.42\times10^{-3})}{4(50.0\times10^{-2})}\Omega/\text{m}$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dR}{R} + \frac{2d(D)}{D} + \frac{d\ell}{\ell} = \frac{0.01}{100} + 2\times\frac{0.01}{8.42} + \frac{0.1}{50} =$$

Ex.22. एक पूर्ण घूर्णन में, स्क्रूगेज का spindle $\frac{1}{2}$ मिमी. से आगे बढ़ जाता है। वृत्ताकार पैमान में 50 भाग है। मुख्य पैमान में $\frac{1}{2}$ मिमी. चिन्ह है $\rightarrow$ ($\frac{1}{2}$ मिमी. तक अं ांकित तथा इसका अल्पमतांक $= \frac{1}{2}$ मिमी. है।)
यदि तार को दांतों के बीच रखा जाता है तो मुख्य पैमान के 3 भाग स्पश्ट दिखते है तथा वृत्ताकार पैमान के 20 भाग निर्दे ा रेखा के सम्पाती होते है। उपयुक्त सार्थक अंकों में तार का व्यास ज्ञात करें।

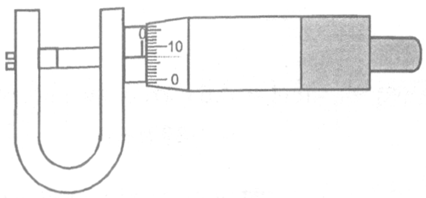
Sol. तार का व्यास $(3\times\frac{1}{2}\text{मिमी.}) + (2.0)\left(\frac{1/2\text{मिमी.}}{50}\right)$ =1.5 + 0.20 = 1.70 मिमी.

Ex23. यदि उपरोक्त प्र न में तार का मापित द्रव्यमान 0.53 किग्रा. तथा मिमी. पैमान से तार की मापित लम्बाई 50.0 सेमी. प्राप्त होती है तो तार का घनत्व सही सार्थक अंकों में ज्ञात करो।

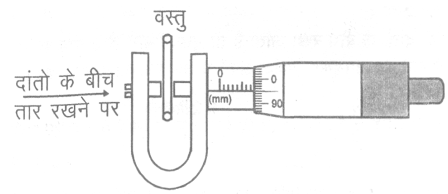
Sol $\rho = \frac{m}{\left(\frac{\pi d^2}{r}\right)\ell} = \frac{(0.53\text{kg})\times4}{(3.14)(1.10)^2(50.0\times10^{-2})}\text{g}/3^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ (2 सा. अंक)

भून्य त्रुटि :

यदि स्क्रूगेज के दांतों के मध्य कोई मध्य वस्तु न हो तो (अर्थात् दांते सम्पर्क में हो) स्क्रूगेज, भून्य पाठ्यांक देना चाहिये, लेकिन दांतों के बीच material की वजह से, जब दांतों के बीच कोई वस्तु नही हो तब भी, यह कुछ अतिरिक्त पाठ्यांक देता है। इस अतिरिक्त पाठ्यांक को भून्य त्रुटि कहते है।



अतिरिक्त पाठ्यांक 0.07 mm
(शून्य त्रुटि)



यह 3.07 मिमी. पाठ्यांक देता है

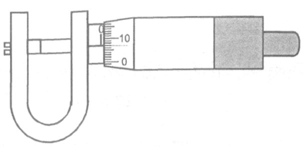
जिसमें से 0.07 मिमी. अतिरिक्त पाठ्यांक है जिसे घटाना पड़ेगा।

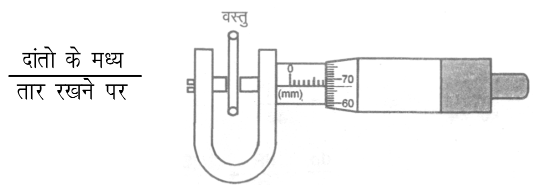
अतः वास्तवित मोटाई = 3.07−0.07=300 mm

प्रेक्षित पाठ्यांक   अतिरिक्त पाठ्यांक
(ून्य त्रुटि)

वास्तविक मोटाई = प्रेक्षित पाठ्यांक अतिरिक्त पाठ्यांक - (शून्य त्रुटि)

Ex.24 तार की मोटाई ज्ञात करो।

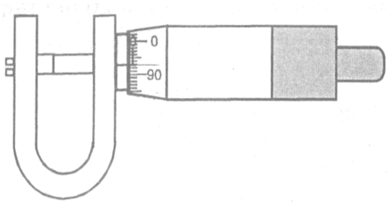


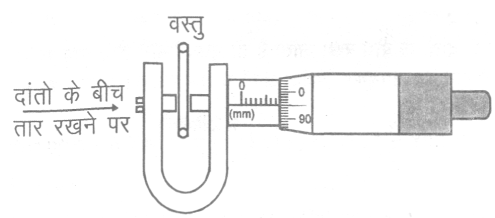


Sol. अतिरिक्त पाठ्यांक (ून्य त्रूटि) = 0.03 मिमी.

इससे 7.67 मिमी. पाठ्यांक प्राप्त होता है, जिसमें से 0.03 मिमी. तो अतिरिक्त पाठ्यांक है। वास्तविक पाठ्यांक प्राप्त करने के लिये इसे घटाना पडेगा। अतः वास्तविक पाठयांक
=7067 – 0.03 = 7.64 मिमी.

Ex. 25 तार की मोटाई ज्ञात करो।





Sol. अतिरिक्त पाठ्यांक (ून्य त्रुटि) = 0.07 mm

इससे 7.95 मिमी. पाठ्यांक होताहै। इसमें से -0.07 मिमी. तो अतिरिक्त पाठ्यांक है। इसको (घटाकर) हटाना पड़ेगा। अतः वास्तविक पाठ्यांक = 7.95 - (-0.07)=8.02 मिमी.

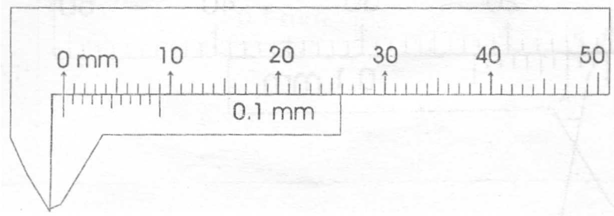
भून्य सं ोधन

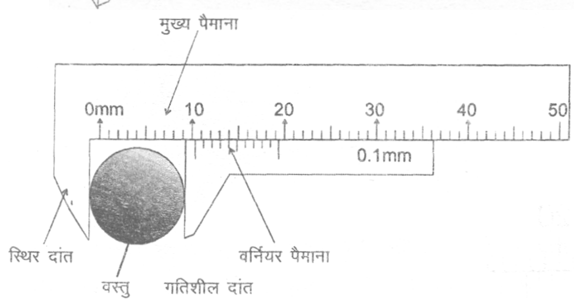
भून्य सं ोधन भून्य त्रुटि का व्युत्क्रम है :
भून्य सं ोधन =- (ून्य त्रुटि)
वास्तविक पाठ्यांक = प्रेक्षित पाठ्यांक − भून्य त्रुटि
= प्रेक्षित पाठ्यांक + भून्य सं ोधन

EXPERIMENT # 2

वर्नियर कैलीपर्स :

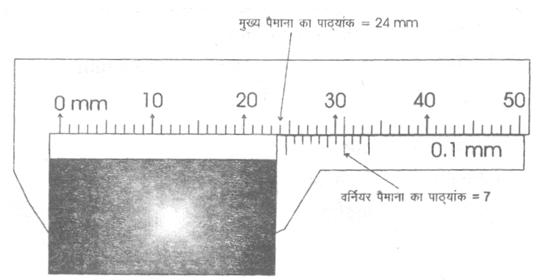
यह 0.1 मिमी. तक यथार्थता से माप सकता है।





★ऊपरी प्लेट पर मुख्य पैमाना अंकित होता है जोकि मिमी. पैमाना होता है।
★निचली प्लेट पर वर्नियर पैमाना अंकित होता है। जो थोड़ा–सा संपीड़ित पैमाना होता है। इसका एक भाग 0.9 मिमी. का होता है। जिस वस्तु को मापना है। चित्रानुसार उसे दांतों के बीच लगाया जाता हे।

वर्नियार कैलीपर्स को कैसे पढ़ते है :



वस्तु की मोटाई = 24––––

= 24 मिमी0 + 7 (0.1 मिमी0)

सुत्रानुसार वस्तु की मोटाई = (मुख्य पैमाने का पाठ्यांक) + (वर्नियर पैमाने का का पाठ्ययांक) (अल्पतमांक)

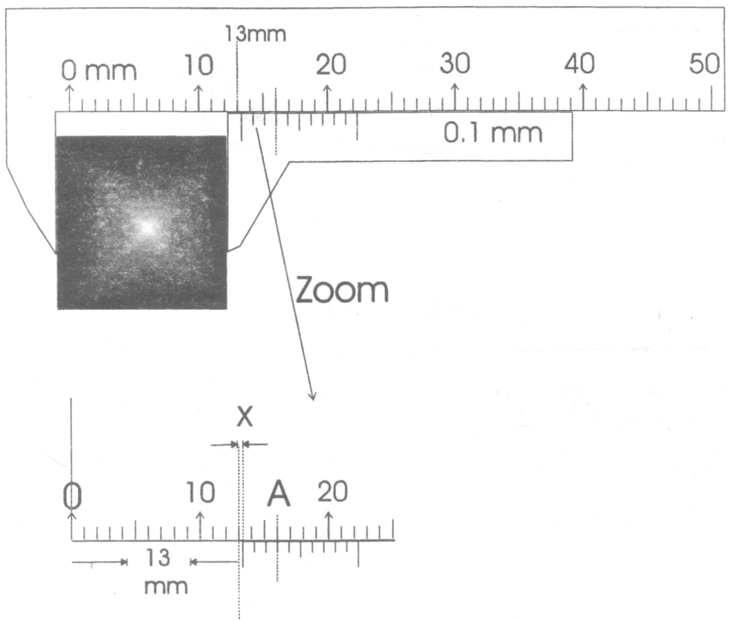
(वर्नियर पैमाने का वह mark जो मुख्य पैमाने क किसी mark से Exactlv मिल रहा है)

(मुख्य पैमाने का 1 भाग) - (वर्नियर पैमाने का 1 भाग)

= 1 मिमी0 - 0.9 मिमी0

$= 0.1$ मिमी0

अब हम देखेंगे कि 1 MSD तथा 1 VSD के बीच थोड़ा सा अन्तर अल्पतमांक के रूप में प्रकट होता है।



अतभिश्ट लम्बाई = **13 mm** + x = ?

बिन्दु 'A' पर मुख्य पैमाना तथा वर्नियर पैमाना सम्पाती है।
अतः मुख्य पैमाने के अनुदि ा लम्बाई OA =वर्नियर पैमाने के अनुदि ा लम्बाई OA
13 mm + 3 (मुख्य पैमाने के भाग) = (13 mm + x)+ 3 (वर्नियार पैमाने के भाग)
अतः 13 mm + x = 13 mm +3 (मुख्य पैमान के भाग–वर्नियार पैमाने के भाग)
= 13 mm + 3 (1 mm -0.9 mm)
= 13 mm + 3 (0.1 mm) = 13.3 mm

↓ ↓ ↓

(मुख्य पैमाने का पाठयांक) + (वर्नियार पैमाने का पाठयांक) (अल्पतमांक)

↓

(मुख्य पैमाने के भाग – वर्नियर पैमाने के भाग)

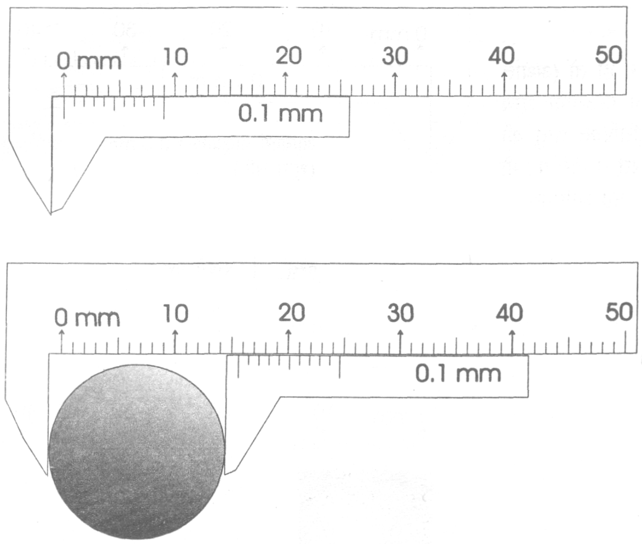
अतः 1 MSD (1 mm) तथा 1 VSD (0.9 mm) के मध्य थोड़ा–सा अन्तर अल्पतमांक (0.1 mm) के रूप में प्रकट होता है।

वस्तु की मोटाई

= = (मुख्य पैमाने का पाठयांक) + (वर्नियार पैमाने का पाठयांक) (अल्पतमांक)

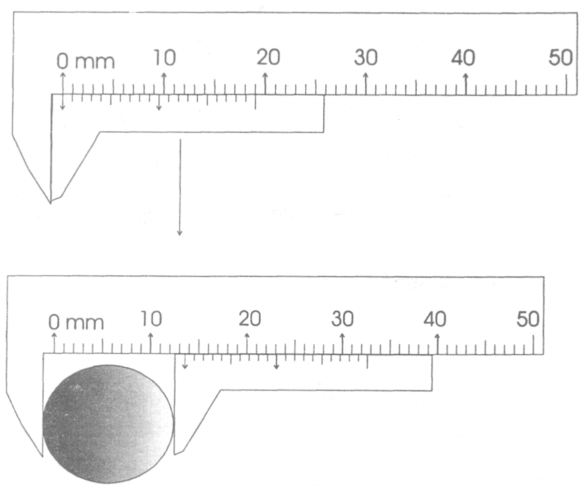
वर्नियार कैलीपर्स का पाठ्यांक

Ex. 26 वर्नियार कैलीपर्स को पढ़ना



वस्तु की मोटाई = (मुख्य पैमाने का पाठयांक) + (वर्नियार पैमाने का पाठ्यांक) (अल्पतमांक)
जहां अल्पतमांक = (मुख्य पैमाने के भाग – वर्नियार पैमाने के भाग)
= 1 mm - 0.9 mm (चित्र 1 से) = 0.1 mm
अतः वस्तु की मोटाई = 15 mm + (6) (0.1mm) = 15.6 mm

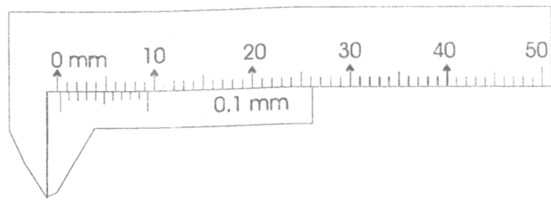
Ex.27 वि ेश प्रकार के वर्नियार कैलीपर्स को पढ़ना



वस्तु की मोटाई =(मुख्य पैमाने का पाठ्यांक) + (वर्नियर पैमाने का पाठ्यांक) (अल्पतमांक)
जहां अल्पतमांक = (मुख्य पैमाने को भाग–वर्नियर पैमाने के भाग)
= 1 mm - 19/20 mm (चित्र 1 से)
= 0.05 mm
अतः वस्तु की मोटाई = 13 m + (12) (0.05mm)
= 13.60 mm

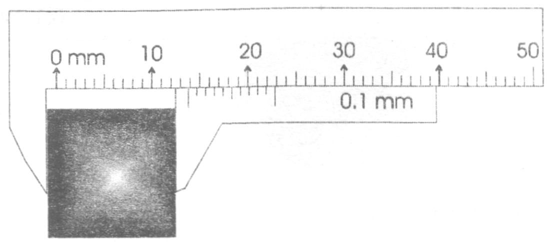
भून्य त्रुटि :

यदि दांतों के बीच कोई वस्तु न हो तो (अर्थात् दांते सम्पर्क में हो), वर्नियर का पाठयांक भून्य होता है। लेकिन दांतों की अतिरिक्त धातु की वजह से, दांतों के मध्य कोई वस्तु न होने पर भी यह आधिक्य पाठ्यांक देता है। यह आधिक्य पाठ्यांक भून्य त्रुटि कहलाता है।



आधिक्य पाठ्यांक = 0.3 mm
(ून्य त्रुटि)

दांतों के मध्य कोई वस्तु रखने पर



यह 13.8 mm पाठ्यांक बताता है।

जिससे 0.3 mm आधिक्य पाठ्यांक है।
इसको हटाने के लिये इसको घटा देते हे।

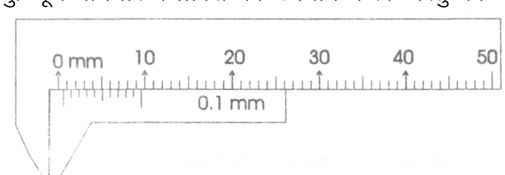
अतः वास्तविक मोटाई = 13.8 mm - 0.3 = 13.5 mm

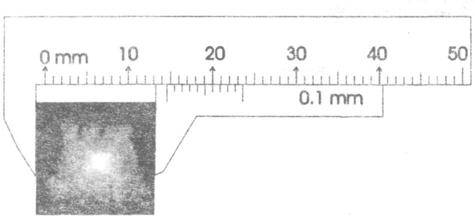
प्रेक्षित पाठ्यांक आधिक्य पाठ्यांक (ून्य त्रुटि)

इसको हम सूत्र में निम्न प्रकार लिख सकते हे।

वास्तविक पाठ्यांक = प्रेक्षित पाठ्यांक – आधिक्य पाठ्यांक (ून्य त्रुटि)

Ex.28 त्रुटिपूर्ण वर्नियार कैलीपर्स का उपयोग करके वस्तु की मोटाई ज्ञात करो।





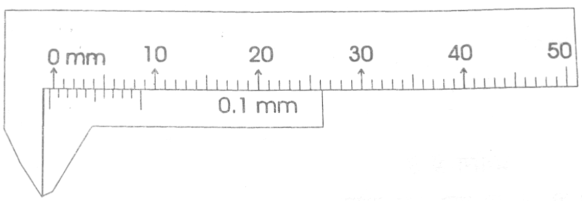
Sol. प्रथम चित्र में आधिक्य पाठ्यांक (ून्य त्रुटि) = 0.6 mm
इसे हम निम्न सूत्र की सहायता से भी ज्ञात कर सकते हैं जब वस्तु को रखा जाता है तो वर्नियर का पाठ्यां 14.6 mm आता है इसमें 0.6 mm आधिक्य पाठ्यांक है। इसे घटाने पर वास्तविक मोटाई = 14.6 - 0.6 = 14.0 mm

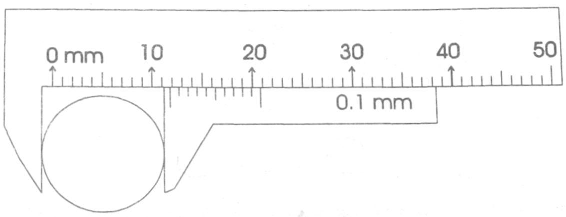
इसे हम निम्न सूत्र से ज्ञात कर सकते है।

वास्तविक पाठ्यांक = प्रेक्षित पाठ्यांक – आधिक्य पाठ्यांक (ून्य त्रुटि)

= 14.6 - 0.6
= 14.6 mm

Ex.29





भून्य त्रुटि = मुख्य पैमाने का पाठ्यांक + (वर्नियर पैमाने का पाठ्यांक) (अल्पतमांक)
= -1 mm + 6 (0.1 mm)
= - 0.4 mm
प्रेक्षित पाठ्यांक = 11.8mm

अतः वास्तविक मोटाई = 11.8(-0.4)=12.2 mm

भून्य सं ोधन :
भून्य सं ोधन सं ोधन भून्य त्रुटि का व्युत्क्रम होता है।
भून्य सं ोधन =– (ून्य त्रुटि)

वास्तविक पाठ्यांक = प्रेक्षित पाठ्यांक – आधिक्य पाठ्यांक (ून्य त्रुटि) = प्रेक्षित पाठ्यांक + भून्य सं ोधन

उदाहरण 1 में, भून्य त्रुटि 0.6 mm, अतः भून्य सं ोधन -0.6 mm होगा।
उदाहरण 2 में, भून्य त्रुटि -0.4 mm, अतः भून्य सं ोधन + 0.4 mm होगा।

Ex.30 वर्नियार कैलीपर्स का मुख्य पैमाना 10 भागों में 10 mm पढ़ता है। वर्नियार पैमाने के 10 भाग मुख्य पैमाने के 9 भाग के सम्पाती है। जब कैलीपर्स के दो दांते एक दूसरे के सम्पर्क में हो तो वर्नियार का पांचवा भाग मुख्य पैमाने के 9 भाग के सम्पाती होता है तथा वर्नियर का भून्य मुख्य पैमाने के भून्य के दाहिनी ओर होता है। जब दांतो के मध्य बेलन दृढ़तापूर्वक रखते है तो वर्नियर पैमाने का भून्य थोड़ा–सा 3.2 cm के बांयी ओर आता है तथा चतुर्थ वर्नियार भाग मुख्य पैमाने के एक भाग के सम्पाती हो तो बेलन का व्यास है–

(A) 3.9 cm (B) 3.14 cm (C) 3.4 cm (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. **(A)** भून्य त्रुटि =0.5 mm 0.5 m

सिलेण्ड की मोटाई का प्रेक्षित मान = 3.1 cm + (4) (0०1 cm)
= 3.14 cm
सिलेण्डर की वास्तविक मोटाई = (3.14)-(0०6)
= 3०9 cm

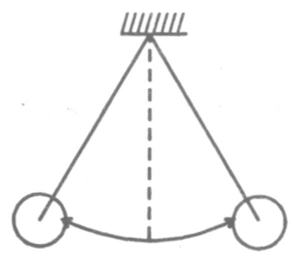
Ex.31 उपरोक्त प्र न में यदि बेलन की मापित लम्बाई 25 mm तथा बेलन का मापित द्रव्यमान 50० gm हो तो बेलन का घनत्व सही सार्थक अंकों तक ज्ञात करो।

Sol. $\rho = \frac{m}{\pi^2 rh}$

$\rho = \frac{(50.0)gm}{3.14\times(3.09)^2(25\times10^{-1})cm^3}$

$\rho = 0.67\, gm/cm^2$ (दो सार्थक अंकों में)

प्रयोग # 3
सरल लोलक से 'g' का मान ज्ञात करना



इस प्रयोग में एक छोटा गोला धागे से लटकाया जाता है। इसे सरल लोलक कहते है। लोलक को थोडा सा विस्थापित कर दोलन करने दिया जाता है। इसका आवर्तकाल ज्ञात करने के लिए 50 दोलन में लगा समय विराम घड़ी की सहायता से प्रेक्षित यिा जाता है।

सैद्धान्तिक रूप से $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \Rightarrow g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$ ....(1)

जहाँ L = लोलक की तुल्य लम्बाई = धागे की लम्बाई (ℓ) + गोलक की त्रिज्या (r)

T= सरल लोलक का आवर्तकाल $= \frac{50 \text{ दोलन में लगा समय}}{50}$

अतः 'g' का मान समीकृकृ(1) से आसानी से ज्ञात किया जा सकता है।

'g' का मान ज्ञात करने के लिये आरेख विधि :

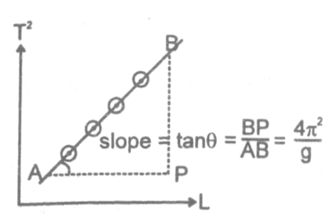
$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{g}\right)L$.......(2) अतः $T^2 \propto L$

★ अलग – अलग L के लिये T का मान ज्ञात करो।

★ $T^2 v/sL$ का ग्राफ खींचो। समी. (2) यह ग्राफ के अनुसार $\left(\frac{4\pi^2}{9}\right)$ सरल रेखीय आना चाहिए।

$T^2 v/sL$ ग्राफ का ढाल ज्ञात करो और उसे $\left(\frac{4\pi^2}{9}\right)$ के

बराबर रखो और 'g' का मान ज्ञात करो।



Ex.32 किसी प्रेक्षण में $\ell = 23.2\text{cm}$, r = 1.32 cm, और 10 दोलन में लगा समय 10.0 sec. आना है।
'g' का मान उचित सार्थक अंकों में ज्ञात करो $(\pi^2 = 10)$

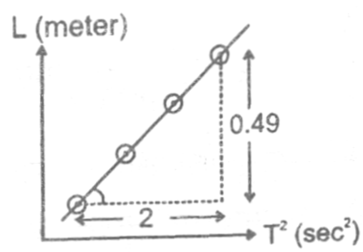
Sol. लोलक की तुल्य लम्बाई L = 23.2 cm + 1.32 cm
= 24.5 (सार्थक अंकों के योग के नियमानुसार)

और आवर्तकाल $T = \frac{10.0}{10} = 1.00$ (तीन सार्थक अंक)

$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \qquad = 4\times10 \frac{24.5\text{cm}}{(1.00)^2}$ (3 सार्थक अंकों में)

$= 4\times10\times\frac{24.5 10^{-2}\text{m}}{(1.00)^2\,\text{sec}^2} = 9.80\text{m/sec}^2$

Ex.33 L के अलग–अलग मानों के लिये 'T' के अलग–अलग मान प्राप्त हुए। $L\,v/s\,T^2$ का ग्राफ चित्रानुसार आता है। इस आरेख से 'g' का मान ज्ञात करो। $(\pi^2 = 10)$



Sol. $L = \left(\frac{g}{4\pi^2}\right)T^2$ अतः $+L\,v/s\,T^2$ आरेख की ढाल $= \left(\frac{g}{4\pi^2}\right)$

ढाल होना चाहिए $= \frac{0.49}{2} = \frac{g}{4\pi^2} \quad \Rightarrow \quad g = 9.8\text{m/sec}^2$

ℓ,r और T के मापन में त्रुटि के कारण 'g' के मान में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :

$g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2} \frac{\ell + r}{t/50} \qquad g = 4\pi^2 \frac{(\ell + r)}{(t/50)^2} = 4\pi^2(2500)\frac{\ell + r}{t^2}$

$\ln\, g = \ln 4\pi^2(2500) + \ln(\ell + r) - 2\ln(t) \qquad \left(\frac{dg}{g}\right)_{max} = \frac{\Delta\ell + \Delta r}{\ell + r} + 2\frac{\Delta t}{t}$

Ex.34 किसी प्रेक्षण में $\ell = 23.2\text{cm}$, r=1.32 cm, r=1.32 cm, और 10 दोलन में लगा समय 10.0 sec आता है। (g) के मान में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो।

Sol.
$\ell = 23.2 \quad \rightarrow \quad \Delta\ell = 0.1\text{cm}$
$\ell = 1.32\text{cm} \quad \rightarrow \quad \Delta r = 0.01\text{cm}$
$t = 10.0 \quad \rightarrow \quad \Delta t = 0.1\text{sec}$

$\left(\frac{dg}{g}\right)_{max} = \left(\frac{0.1\text{cm} + 0.01\text{cm}}{23.2\text{cm} + 1.32\text{cm}} + 2\frac{0.1\text{sec}}{10.0\,\text{sec}}\right)\times100\% \qquad = 1.2\%$

Ex.35 एक छात्र $g\left(=\frac{4\pi^2\ell}{T^2}\right)$ का मान ज्ञात करने का प्रयोग करता ह। $\ell \approx 1\text{m}$ और ℓ में त्रुटि $\Delta\ell$ है। T का मान ज्ञात करने के लिये वह n दोलन में लगा समय विराम घड़ी से प्रेक्षित करता है। जिसका अल्पतमांक Δt है और वह 0.1 sec. की व्यक्तिगत त्रुटि करता है। इनमें से किस प्रेक्षण में g में त्रुटि न्यूनतम होगी ?

(A) $\Delta L = 0.5, \Delta t = 0.1, n = 20$ (B) $\Delta L = 0.5, \Delta t = 0.1, n = 50$

(C) $\Delta L = 0.5, \Delta t = 0.01, n = 20$ (D) $\Delta L = 0.1, \Delta t = 0.05, n = 50$ **[JEE - 2006]**

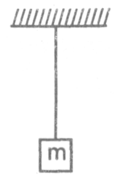
Sol **(D)** $T = \dfrac{\text{कुल समय}}{\text{कुल दोलनों की संख्या}} = \dfrac{t}{n}$ अतः $dT = \dfrac{dt}{n}$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta L}{L} + 2\frac{\Delta T}{T}$$

विकल्प (d) में L में त्रुटि (ΔL) न्यूनतम है व प्रयोग की आवृत्ति अधिकतम हे। अतः dT अल्पतम होगा। अतः dT अल्पतम होगा। अतः इस प्रक्रिया में ही g में त्रुटि न्यूनतम होगी।

प्रयोग # 4

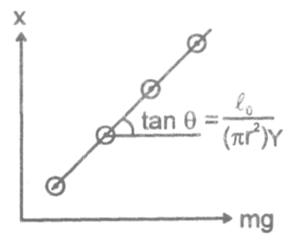
सर्ल के प्रयोग से दिये गए तार का यंग प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करना :
एक मौलिक विधि :



यंग गुणांक ज्ञात करने के लिये हम एक साधारण प्रयोग कर सकते हैं एक तार से 'm' द्रव्यमान लटकाते है। भार लटकाने से तार में खिंचाव आ जाऐगा।

हुक के नियम के अनुसार : $\dfrac{mg}{A} = Y\left(\dfrac{x}{\ell_0}\right)$ $\quad x = \left(\dfrac{\ell_0}{\pi r^2 R}\right)mg$

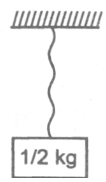
यदि हम भार परिवर्तित करे तो तार में खींचाव भी समानुपाती रूप से बढ़ता है। यदि हम खीचाव (x) v/s mg, के बीच ग्राफ बनायें तो यह ग्राफ एक सरल रेखा बनेगी।



इसकी प्रवणता मापकर और उसे $\left(\dfrac{\ell_0}{\pi r^2 Y}\right)$ के बराबर करके हम Y ज्ञात कर सकते है।

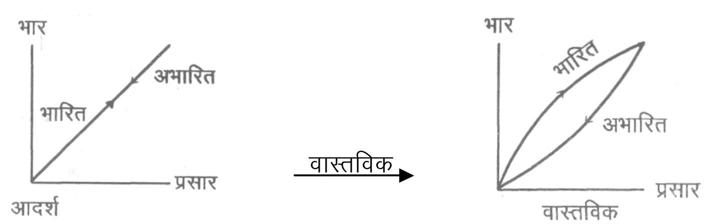
इस साधारण विधि की कमियाँ :

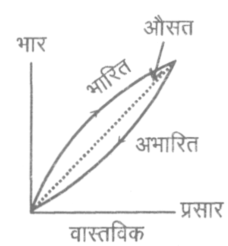
(1) यदि हम तार से कम भार लटकाऐं तो तार मं मुड़ाव रह सकता है।



अतः प्रारम्भ से ही हमें कुछ भार (माना 2 kg) से प्रारम्भ करना चाहिये, ताकि तार हमे ा सीधा तना रहे।

(2) जब भार लगाते हैं और जब भार घटाते हैं, दोनों प्रक्रमों में तार का व्यवहार थोड़ा सा भिन्न होता है।

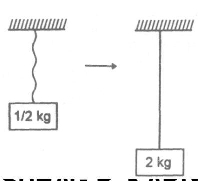




अतः हमें भार बढ़ाते वक्त और भार घटाते वक्त के पाठ्यांकों का औसत लेना चाहिए। औसत भार ज्यादा सही **(accurate)** होगा।

सर्ल की विधि में इन कमियों का निवारण :

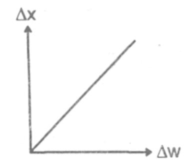
प्रयोग में लिये जाने वाले तार का सीधा बनाए रखने के लिये हम कुछ प्रारम्भिक भार से (2 kg) से प्रारम्भ करते है।



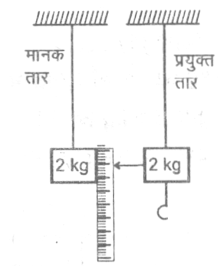
अब हम क्रमागत रूप से भारत जोड़ते है। तार में उत्पन्न अतिरिक्त प्रसार, अतिरिक्त भार (Δw) के समानुपाती होगा।

$$x = \frac{\ell_0}{\pi r^2 y} w \qquad \Rightarrow \Delta x = \frac{\ell_0}{\pi r^2 y}(\Delta w)$$

अब हम Δx और Δw, के बीच ग्राफ खीचेंगे। ढाल $= \left(\frac{\ell_0}{\pi r^2 y}\right)$ जोकि यंग गुणांक का मापन होगा।



प्रारम्भिक भारित स्थिति की तुलना में अतिरिक्त खिंचाव ज्ञात करने के लिये एक मानक तार का प्रयोग करते है, इस पर भी 2 kg का प्रारम्भिक भार लटकाते है। तुलना करके भार ज्ञात करने से ताप और अवलम्ब की yielding जैसे अतिरिक्त प्रभाव खत्म हो जाते हे।



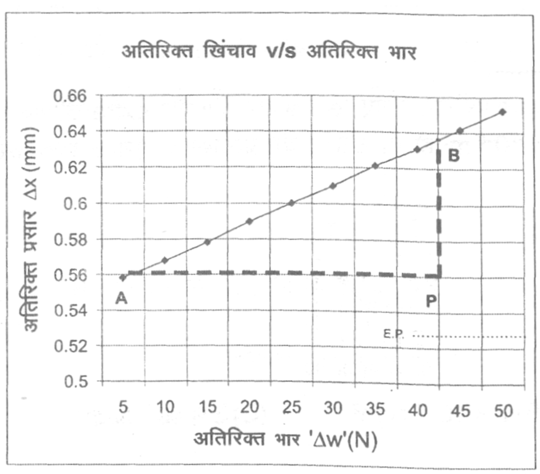
प्रेक्षण : (i) प्रारम्भिक पाठ्यांक $= x_0 = 0.540$mm.
(जब कोई extra load नहीं लगाया हो)
(ii) प्रयुक्त तार की त्रिज्या =0.200 mm.

अतिरिक्त भार के कारण अतिरिक्त खींचाव का मापन

e संख्या	hanger पर Extra भार Δm (kg)	माइक्रोमीटर पाठ्यांक भार बढ़ाते वक्त (p) (mm)	माइक्रोमीटर पाठ्यांक भार घटाते वक्त (p) (mm)	मध्य reading (x) (p + q) 2(mm)	Δx अतिरिक्त खिंचवा $(x-x_o)$ (mm)
1	0.5	0.555	0.561	0.558	0.018
2	1.0	0.565	0.571	0.568	0.028
3	1.5	0.576	0.580	0.578	0.038
4	2.0	0.587	0.593	0.590	0.058
5	2.5	0.597	0.603	0.600	0.060
6	3.0	0.608	0.612	0.610	0.070
7	3.5	0.620	0.622	0.621	0.081
8	4.0	0.630	0.632	0.631	0.091
9	4.5	0.641	0.643	0.642	0.102
10	5.0	0.652	0.652	0.652	0.112

Method # 1

$\Delta x\, v/s\, \Delta w (= \Delta mg)$ आरेख बनाऐं



ढाल $= \frac{BP}{AP}$.........

$= \frac{\ell}{Y(\pi r^2)}$ $\qquad Y = ...$

Method :2

प्रेक्षण (1) तथा प्रेक्षण (6) के बीच
प्रेक्षण (2) तथा प्रेक्षण (7) के बीच
प्रेक्षण (3) तथा प्रेक्षण (8) के बीच $\qquad$ 2.5 kg का extra भार जोड़ा गया है।
प्रेक्षण (4) तथा प्रेक्षण (9) के बीच
प्रेक्षण (5) तथा प्रेक्षण (10) के बीच

अतः प्रेक्षण (1) $\longrightarrow$ (6), (2) $\longrightarrow$ (7), (3) $\longrightarrow$ (8), (4) $\longrightarrow$ (9) and (5) $\longrightarrow$;10द्ध के बीच का खींचाव **2.5 kg wt.** के अतिरिक्त भार के कारण होगा।
अतः हम 2.5 kg wt भार के कारण खींचाव को $x_a - x_1, x_5 - x_2, x_8 - x_3$, or $x_{10} - x_5$ से माप सकते है।
और इससे 2.5 kg wt. भारत के कारण औसत खींचाव ज्ञात कर सकते है।

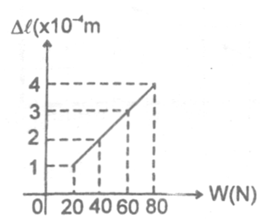
S.No.	hanger पर Extra भार Δm (kg)	Micrometer reading		मध्य reading (x) (p + q)/2 (mm)	Δx 2.5 kg extra भार के कारण extra खिंचवा (mm)
		भार बढ़ाते वक्त (p) (mm)	भार घटाते वक्त (p) (mm)		
1	0.5	0.555	0.561	0.558	0.052
2	1.0	0.565	0.571	0.568	0.053
3	1.5	0.576	0.580	0.578	0.053
4	2.0	0.587	0.593	0.590	0.052
5	2.5	0.597	0.603	0.600	0.052
6	3.0	0.608	0.612	0.610	
7	3.5	0.620	0.622	0.621	
8	4.0	0.630	0.632	0.631	
9	4.5	0.641	0.643	0.642	
10	5.0	0.652	0.652	0.652	

$\Delta w = 2.5 g$, भार के लिये औसत खींचाव $= \Delta x = 0.052$ mm

$\Delta x = \left(\frac{\ell_0}{\pi r^2 y}\right)(\Delta w)$ जहां $\Delta w = \Delta m g = 25N$ तथा (Δx) औसत $= 0.052$ mm

मान रखकर ल = ...

Ex.36 चित्रानुसार छत से 1m लम्बे wire पर लगाए गए extra भार Δw और extra खींचाव (Δx) के बीच ग्राफ दिखाया गया है। यदि तार का अनुप्रस्थ काट क्षेत्रफल $10^{-6} m^2$ हो तो उसका यंग प्रत्यास्थता गुणांक ज्ञात करो। **[JEE - 2003]**

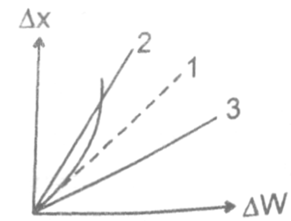


(A) $2 \times 10^{11} N/m^2$ $\qquad$ (B) $2 \times 10^{-11} N/m^2$ $\qquad$ (C) $3 \times 10^{13} N/m^3$ $\qquad$ (D) $2 \times 10^{16} N/m^2$

Sol. **(A)** $\Delta l = \left(\frac{l_0}{Ay}\right)\Delta w$ ढाल $\frac{l_0}{Ay} = \frac{1\times^{-4}}{20}$ $\quad \frac{1}{(10^{-6})y} = \frac{1\times10^{-4}}{20}$

$Y = 20 \times 10^{10} = 20 \times 10^{17}$ n/m

Ex.37 किसी प्रयोग में Δx तथा Δw का ग्राफ dotted line (1) के जैसा आया। यदि हम उसी method का एक दूसरा wire प्रयोग करें जिसकी त्रिज्या और लम्बाई दुगुनी हो तो उसके लिये कौनसा ग्राफ आएगा।



(A) 1 **(B)** 2
(C) 3 **(D)** 4

Sol. प्रारम्भ में झुकाव $= \frac{\Delta x}{\Delta w} = \frac{l_0}{(\pi r_0^2)(y_0)}$

दूसरे case में (झुकाव)[1] $\frac{(2\ell_0)}{\pi(2r_0)^2 y_0} = \frac{1}{2}\frac{l_0}{(\pi r_0^2)y_0}$

अतः झुकाव आधा हो जाएगा। **Ans. will be (3)**

Ex.28 कथन : यंग गुणांक ज्ञात करने के लिये सर्ल के प्रयोग में प्रायोगिक तार के साथ एक मानक तार भी प्रयोग करते हे।
कारण : ताप के प्रभाव support की विक ति और अन्य बाह्मय कारकों के प्रभाव को निरस्त करने के लिये।
(A) दोनों वक्तव्य सत्य है तथा वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या करता है।
(B) दोनों वक्तव्य सत्य है परन्तु वक्तव्य 2, वक्तव्य 1 की सही व्याख्या नहीं करता है।
(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।
(D) वक्तव्य 1 असत्य है किन्तु वक्तव्य 2 सत्य है।

Ans (A)

Ex.39 यदि हम बहुत पतला और लम्बा तार प्रयोग करें तो
(A) संवेदना ीलता $\left(\frac{\text{निर्गत}}{\text{आगत}} = \frac{\Delta x}{\Delta x}\right)$ बढ़ जाएगी।
(B) यंग गुणांक अपरिवर्तित होगा।
(C) भार बढ़ाने पर तार टूट सकता या स्थायी रूप से खीच सकता है।
(D) उपरोक्त सभी।

Ans.(D)

ℓ_0r, **और x के मापन में त्रुटि के कारण y के मान में अधिकतम अनुमेय त्रुटि : (यदि द्रव्यमान मापन में कोई त्रुटि न हो):**

$$Y = \frac{\ell_0}{\pi r^2 x} mg$$

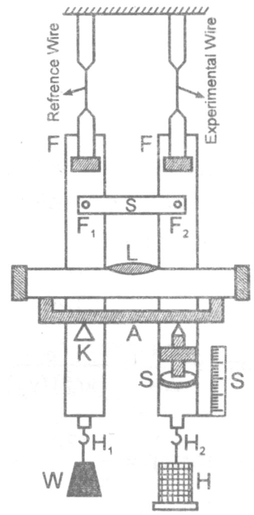
यदि द्रव्यमान मापन में कोई त्रुटि नहीं हो तो Y में अधिकतम अनुमेय त्रुटि है $\left(\frac{\Delta y}{y}\right)_{max} = \frac{\Delta \ell_0}{\ell_0} + 2\frac{\Delta r}{r} + \frac{\Delta x}{x}$

Ex.40 सर्ल के प्रयोग से यंग का प्रत्यासथता गुणांक ज्ञात करने में तार का व्यास 0.05 cm और तार की लम्बाई 110_0 cm मापा गया है। 20 N का भार रखने पर x=0.125 cm का खींचाव उत्पन्न हुआ है। यंग के प्रत्यस्थता गुणांक में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करें।

Sol.

सर्ल के प्रयोग का उपकरण और विधि का विस्तार से अध्ययन:

सर्ल का उपकरण (स्थैतिक तरीका)



चित्र में सर्ल का उपकरण दिखाया गया ह। इसमें दो धात्विक फ्रेम F_1 तथा F_2 होते है तो साथ में किलकित होती है ताकि ये केवल ऊर्ध्व दि ाा में सापेक्ष गति कर सके। एक द ढ़ अनुप्रस्थ पट्टी पर स्प्रिट तल L लगा होता है और इसके एक सिरे पर माइक्रोमीटर स्क्रू S, लगा होता है तो ऊर्ध्वाधर गति कर सकता है।

यदि दोनों फ्रेम के बीच सापेक्ष गति हो तो स्प्रिट तल क्षैतिज नहीं रहताहै और बुलबुला विस्थापित हो जाता है। बुलबुले को वापस माध्य स्थिति में लाने कलिये स्क्रू को ऊपर या नीचे ब्थिापित करना पड़ता है। स्क्रू के विस्थापन से फ्रेमों के बीच सापेक्ष गति का पता चलता है।

फ्रेमों दो समरूप इस्पात के तार से लटके होते है। तार B, प्रायोगिक तार है और तार A मानक तार है। दोनो फ्रेमों से हुक H_1 और H_2 जुड़े होते है। हुक H_2 से नियत भार लटका होता है ताकि तार बना रहे। हुक H^2 से खूंटी लगा होता है जिस पर लगे भाग को बढ़ा सकते है।

विधि

(i) स्थिर सिरे और फ्रेम के मध्य स्थित प्रायोगिम तार की लम्बाई मापिए।

(ii) प्रायोगिक तार की व्यास स्क्रूगेज से ज्ञात करो। इसके तार पर 5 अलग–अलग स्थों पर प्रेक्षण लो।

(iii) माइक्रोमीटर (S) का अल्पतमांक और चूड़ी अंतराल ज्ञात करो और इसे ऐसे विस्थापित करो ताकि स्प्रिट तल का बुलबुला एकदम बीच में रहे। माइक्रोमीटर की प्रारम्भिक पाठ्यांक लिख लिया जाता है।

(iv) खूंटी H_1 पर 0.5 k के पद में भार बढ़ाते है। प्रत्येक बार भार बढ़ाने के बाद स्प्रिट तल को क्षैतिज रखने के लिये माइक्रोमीटर को विस्थापित करना पड़ेगा। इस बार माइक्रोमीटर का पाठ्यांक भी लिख जाताहै। प चत्रुटि (backlesh error) से बचने के लि स्क्रू को एक ही दि ाा में घुमाना चाहिए।

(v) अब प्रायोगिक तार से भार को धीरे–धीरे हटाते जाते है। इसे अभारण (unloading) कहते है। अभरण करते वक्त माइक्रोमीटर का पाठ्यांक लिख लिया जाताहे।

प्रयोग # 5

कैरोरीमीटर की सहायता से अज्ञात द्रव की वि ाष्ट ऊश्मा ज्ञात करना :

चित्र में अज्ञात द्रव की वि ाष्ट उश्मा ज्ञात करने के लिये प्रयुक्त होने वाला रेनॉल्ट का उपकरण दिखया गया है। m_1 द्रव्यमान s_1 वि ाष्ट ऊश्मा और $\theta_{1,}$ प्रारम्भिक ताप वाले ठोस गोले को कैलोरीमीटर में भरे अज्ञात द्रव के साथ मिश्रित किया जाता है। माना द्रव और कैलोरीमीटर के द्रव्यमान क्रम ाः m_1 और m_3 इनकी वि ाष्ट ऊश्माधारिता क्रम ाः s_2 तथा s_3 है और प्रारम्भ में दोनों कमरे के तापमान θ_2 पर है। यदि गर्म गोले को इसमें गिराया जाता है तो गोला ऊश्मा देता है।

द्रव–कैलोरीमीटर निकाय ऊश्मा लेता है। यह प्रक्रम तब तक चलता है जब तक कि सभी तत्व का ताप समान (θ) न हो जाए ।

गर्म गोले द्वारा उत्सर्जित ऊश्मा $= m_1 s_1 (\theta \;\; - \theta)$

गर्म गोले द्वारा की गई ऊश्मा $= m_2 s_2 (\theta - \theta_2) + m_3 s_3 (\theta - \theta_2)$

यदि कोई ऊश्मा में हानि नहीं हो तो

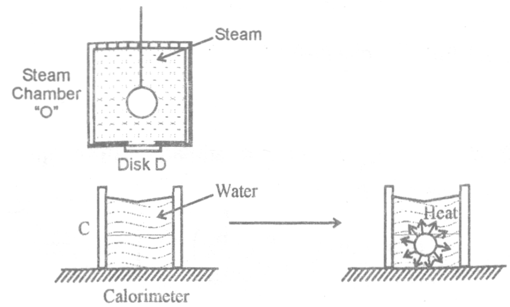
गर्म गोले द्वारा दी गई ऊश्मा = बल–कैलारीमीटर निकाय द्वारा ली गई ऊश्मा

$$m_1 s_1 (\theta_1 - \theta) = m_2 s_2 (\theta - \theta_2) + m_3 s_3 (\theta - \theta_2)$$

Get $$s_2 = \frac{= m_1 s_1 (\theta_1 - \theta)}{m_2 (\theta - \theta_2)} - \frac{m_3 s_3}{m_2}$$

मिश्रण का अंतिम ताप (साम्यावस्था ताप) मापकर इस अज्ञात द्रव की वि ाष्ट ऊश्मा s_2 ज्ञात कर सकते है। गोले के प्रारम्भिक ताप (θ_1) देने के लिये इसे पहले वाश्प कक्ष भाग ("O"), में लटका कर रखते है। कुछ समय बाद (15 मिनट

बाद) यह एक नियत ताप θ_1 प्राप्त कर लेता है।



अब पानी से भरे कैलोरीमीटर (भाग C) को भाप कक्ष के नीचे लाया जाता हैं। लकड़ी की चकती D को हटा दिया जाता है और धागे को काट दिया जाता है। इससे गोला द्रव–कैलोरीमीटर निकाय में गिर जाता है और मिश्रण भारू हो जाताहै।
यदि द्रव की वि[illegible]ष्ट ऊश्मा (s_2) ज्ञात हो और ठोस की वि[illegible]ष्ट ऊश्मा s_1 अज्ञात हो तो

$$s_1 = \frac{(m_2s_2 + m_3s_3)(\theta - \theta_2)}{m_1(\theta_1 - \theta)}$$

Ex.41 गोले का द्रव्यमान, वि[illegible]ष्ट ऊश्मा और प्रारम्भिक ताप क्रम [illegible]ः 1000 gm, 1/2 cal/gm^{0}C तथा 80^{0}C है। अज्ञात द्रव और कैलोरीमीटर के द्रव्यमान क्रम [illegible]ः 900 gm और 200 gm है और प्रारम्भ में दोनों कमरे के तापमान 20^{0}C पर दें। कैलोरीमीटर और गोला दोनों समान पदार्थ से बने है। यदि मिश्रण का अंतिम ताप 40^{0}C आता है तो आज्ञात द्रव की वि[illegible]ष्ट ऊश्मा ज्ञात करो।

(A) 0.25 cal/g^{0}C **(B)** 0.5 cal/g^{0}C **(C)** 1 cal/g^{0}C **(D)** 1.5 cal/g^{0}C

Sol. (B) गोले द्वारा दी गई ऊश्मा
= (1000) (1/2) (80 - 30) = 25,000 cal
उसमें से द्रव कैलोरीमीटर system द्वारा दी गई ऊश्मा
= (900) (1) (40 - 30) = (200) (1/2) (40 - 30)
- 10,000 cal.
अतः वातावरण में ऊश्मा हानि = 15,000 cal

Ex. 43 यदि गोले के गिरने के कारण गुरूत्वीय स्थितिज ऊर्जा में हानि और वातावरण में ऊश्मा हानि को भी लिया जाए तो ऊर्जा समीकरण होगी–

(A) $m_1s_1(\theta_1 - \theta) + \frac{m_1gh}{J} = m_2s_2(\theta - \theta_2) + m_3s_3(\theta - \theta_2) - Ht$

(B) $m_1s_1(\theta_1 - \theta) - \frac{m_1gh}{J} = m_2s_2(\theta - \theta_2) + m_3s_3(\theta - \theta_2) + Ht$

(C) $m_1s_1(\theta_1 - \theta) + \frac{m_1gh}{J} = m_2s_2(\theta - \theta_2) + m_3s_3(\theta - \theta_2) + Ht$

(D) $m_1s_1(\theta_1 - \theta) - \frac{m_1gh}{J} = m_2s_2(\theta - \theta_2) + m_3s_3(\theta - \theta_2) - Ht$

Sol. (C) उत्पन्न उश्मा $= m_1\, s_1(\theta_1 - \theta) + + \frac{m_1gh}{J}$

उश्मा इनमें खर्च होगी

$m_2s_2(\theta-\theta_2)$ $m_3s_3(\theta-\theta_2)$ Ht

θ_1, θ_2 और θ मापन में त्रुटि के कारण S_1 के मापन में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :

अज्ञात ठोस की विशिष्ट उश्मा ज्ञात करने के लिये

हम उपयोग करते है $s_{solid} = \dfrac{m_1s_1 + m_2s_2}{m_1}\left(\dfrac{\theta_{ss}-\theta_2}{\theta_1-\theta_{ss}}\right)$

$$s = \frac{m_1s_1 + m_2s_2}{m_1}\left(\frac{\theta_{ss}-\theta_2}{\theta_1-\theta_{ss}}\right) \qquad \frac{ds}{s} = \frac{(d\theta_{ss}-\theta_2)}{(\theta_{ss}-\theta_2)} - \frac{d(\theta_1-\theta_{ss})}{\theta_1-\theta_{ss}}$$

$$= \frac{\pm\Delta\theta \pm \Delta\theta}{\theta_{ss}-\theta_2} + \frac{\pm\Delta\theta \pm \Delta\theta}{\theta_1-\theta_{ss}} \qquad \left(\frac{ds}{s}\right)_{max} = 2\Delta\theta\left(\frac{1}{\theta_{ss}-\theta_2} + \frac{1}{\theta_1-\theta_{ss}}\right) = 2\Delta\theta\left(\frac{\theta_1-\theta_2}{(\theta_{ss}-\theta_2)(\theta_{ss}-\theta_1)}\right)$$

यदि द्रव और कैलोरीमीटर का द्रव्यान और विशिष्ट उश्मा पूर्णतः ज्ञात हो (बिना त्रुटि के) और तापमापी आ अल्पमतांक 0.1^0C हो तो $\Delta\theta = \Delta\theta_1 = \Delta\theta_2 = 0.1^0$

$\left(\dfrac{ds}{s}\right)_{max}$ न्यूनतम होगा जब $(\theta_{ss}-\theta_2)(\theta_{ss}-\theta_1)$ अधिकतम होगा अर्थात् $\theta_{ss} = \dfrac{\theta_1+\theta_2}{2}$

यदि m_1, s_1, m_2, s_2 पूर्णतः ज्ञात हो तो s_{solid} में प्रतिशत त्रुटि न्यूनतम होगी यदि साम्यावस्था ताप

$$\theta_{ss} = \frac{\theta_1+\theta_2}{2}$$

Ex.44 अज्ञात ठोस की विशिष्ट उश्मा (S_2) ज्ञात करने के प्रयोग में गोले और कैलोरीमीटर का द्रव्यमान क्रमशः 1000 gm और 200 gm है और कैलोरीमीटर की विशिष्ट उश्मा $\frac{1}{2}cal/gm/^0C$ है। प्रयोग किया जाने वाला द्रव पानी है और इसका भार 900 gm है। प्रारम्भ में पानी और कैलोरीमीटर दोनों कमरे के तापमान 20.0^0C पर है। जबकि गोले का प्रारम्भिक ताप 80.0^0C मापा गया ह। यदि साम्यावस्था ताप 40.0^0C प्राप्त हुआ, तो अज्ञात गोले की विशिष्ट उश्मा में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो। (S_2).(use $S_{water} = 1 cal/g/^0C$)

तथा अज्ञात गोले (S_2) की विशिष्ट उश्मा धारिता में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो।

Sol. अज्ञात ठोस की विशिष्ट उश्मा,

$$s_{solid} = \frac{m_1s_1 + m_2s_2}{m_1}\left(\frac{\theta_{ss}-\theta_2}{\theta_1-\theta_{ss}}\right) \text{ तथा } s_{solid} = 1/2\, cal/g/^0C$$

$$\left(\frac{ds}{s}\right)_{max} = 2\Delta\theta\left(\frac{1}{\theta_{ss}-\theta_2} + \frac{1}{\theta_1-\theta_{ss}}\right) = 2(0.1^0C)\left(\frac{1}{40.0-20.0} + \frac{1}{80.0-40.0}\right) = 1\%$$

विद्युतीय कैलोरीमीटर

चित्र में अज्ञात द्रव की विशिष्ट उश्माधारिता ज्ञात करने के लिये प्रयुक्त विद्युत कैलोरीमीटर दर्शाया गया है। सर्वप्रथम खाली कैरोरीमीटर (तांबे का पात्र) का द्रव्यमान मापा जाता है और माना 'm_1' प्राप्त हुआ। अब इसमें अज्ञात द्रव भरा। अब कैलोरीमीटर + द्रव निकाय का कुल द्रव्यमान माना और मापा यह 'm_2' प्राप्त हुआ । अतः द्रव का द्रव्यमान (m_2-m_1) है। प्रारम्भ में दोनों कमरे के ताप (θ_0) पर थे।

अब इसमें एक हीटर को डुबोया और 't' समय तक इसमें रखा। हीटर के सिरों पर विभवांतर 'V' है और इससे गुजरने वाली धारा 'I' है। उश्मा देने के कारण द्रव और कैलोरीमीटर दोनों का ताप साथ–साथ बढ़ता है। t समय के बाद हीटर को बंद कर लिया जाता है और माना अंतिम ताप θ_f आया। यादि वातावरण मे कोई उश्मा हानि नहीं हो रही हो तो–

हीटर द्वारा प्रकान की गई उश्मा = द्रव द्वारा ग्रहण की गई उश्मा + कैलोरीमीटर द्वारा ग्रहण की गई उश्मा

$(VI) = (m_2 - m_1)S_\ell(\theta_f - \theta_0) + m_1 S_C(\theta_f - \theta_0)$

अज्ञात द्रव की विि ाष्ट उश्मा $S_\ell = \dfrac{\dfrac{(VI)}{\theta_f - \theta_0} - m_1 S_C}{(m_2 - m_1)}$

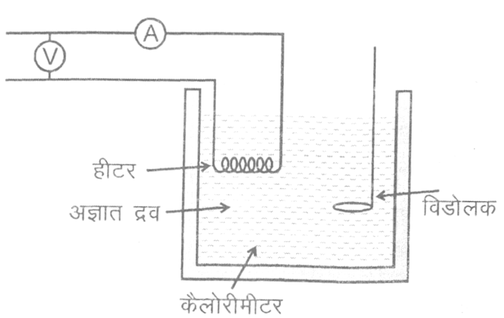


Figure 1

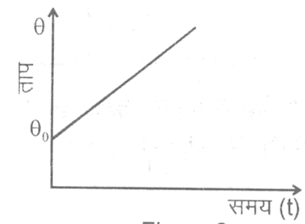


Figure 2

ऊष्मा हानि को नगण्य मानकर ताप v/s समय का ग्राफ

विकीरण सं ोधन : इस प्रयोग में वातावरण में भी उश्मा हानि हो सकती है। इसे ध्यान में रखते हुए एक सं ोधन किया जाता है। माना हीटर t sec तक चालू रहा और इसे बन्द कर दिया। अब वातावरण में उश्मा हानि के कारण ताप घटेगा। मिश्रण का ताप सिवच बंच करने के t/2 sec बाद भी नोट किया जाता हैं माना इस समय ताप में पतन ε हुआ । अब सं ोधन अंतिम ताप इस प्रकार लिखा जाता है–

$$\theta'_f = \theta_f + \varepsilon$$

निम्न प्र नों का उतत्र दीजिए :–

1. इस प्रयोग में हीटर के सिरों पर विभवांतर 100.0 V और धारा 10.0A है और हीटर t = 700.0 sec तक भुारू रहा था। प्रारम्भ में सारे अवयव कमरे के ताप $\theta_0 = 10.0^0C$ पर थे औ अंतिम ताप $\theta_f = 73.0^0C$ प्राप्त हुआ। खाली कैलोरीमापी निकाय का संयुक्त द्रव्यमान 1.0 kg था और द्रव+कैलोरीमीटर निकाय का संयुक्त द्रव्यमान 3.0 kg आया। कैलोरीमीटर की विि ाष्ट उश्मा $S_c = 3.0\times10^3 J/kg^0C$ है। स्विच बंद करने के 350 second बाद ताप में पतन 7.0^0C मापा गया। अज्ञात द्रव की विि ाष्ट उश्मा उचित सार्थ अंकों में ज्ञात करो।

(A) $3.5\times10^3 J/kg^0C$ **(B)** $3.50\times10^3 J/kg^0C$ **(C)** $4.0\times10^3 J/kg^0C$ **(D)** $3500\times10^3 J/kg^0C$

Sol. $S_\ell = \dfrac{\dfrac{(100.0)(10.0)(700.0)}{80.0-10.0} - (1.0)(3.0\times10^3)}{3.0-1.0}$

$= 3.5\times10^3 J/kg^0C$ (Acording to addn and multiplication rule of S.F.)

(सार्थक अंकों के व्यवकलन और गुणों के नियत के अनुसार)

2. यदि कैलोरीमीटर का द्रव्यमान और विि ाष्ट उश्माधारिता नगण मानें तो S_ℓ में अधिकतम अनुमेय त्रुटि कितनी होगी। आंकडे निम्नलिखित है–

$m_1 \to 0, S_C \to, m_2 = 1.00kg, V = 10.0V, I = 10.0A, t = 1.00\times10^2 sec., \theta_0 = 15^0c$

$\theta_f = 65^0C$

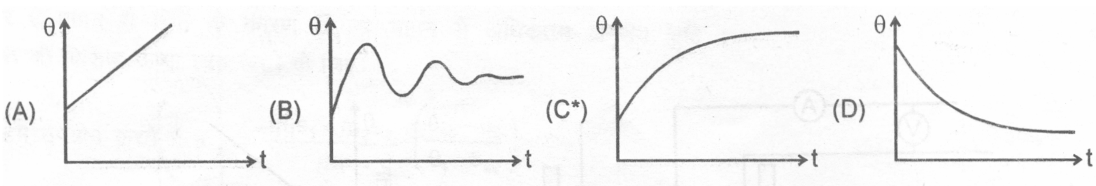
(A) 4% **(B)** 5% **(C)** 8% **(D)** 12%

Sol. यदि $m_1 \to 0, S_c \to 0$

$S_\ell = \dfrac{VIt}{m_2(\theta_f - \theta_0)}$

$$\frac{dS_\ell}{S_\ell} = \frac{\Delta V}{V} + \frac{VI}{I} + \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta_2}{m_2} + \frac{\Delta\theta_f + \Delta\theta_0}{\theta_f - \theta_0} \qquad = \frac{0.1}{10.0} + \frac{0.1}{10.0} + \frac{0.01\times10^2}{1.00\times10^2} + \frac{0.01}{1.00} + \frac{1+1}{500} = 58\%$$

3. यदि निकाय न्यूटन के भीतलन के नियम के अनुसार उश्मा उत्सर्जित कर रहा है, तो मिश्रण का ताप समय के साथ किस प्रकार परिवर्तित होगा (जब हीटर भारू है)

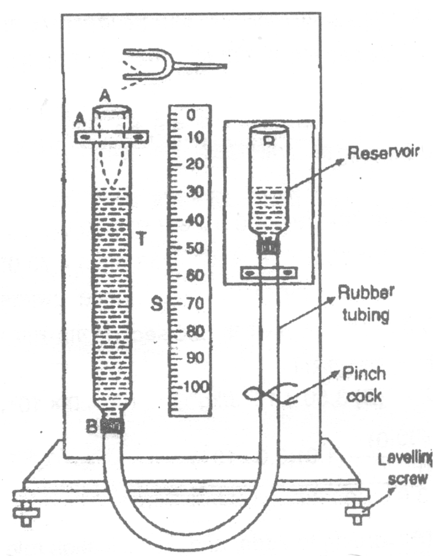


Sol. हीटर के कारण जैसे–जैसे ताप बढ़ेगा वैसे–वैसे वातावरण में उश्मा हानि की दर भी बढ़ेगी। कुछ समय के बाद जैसे ही वातावरण में उश्मा हानि की दर, हीटर द्वारा उश्मा प्रदान करने की दर के बराबर हो जाएगी, साम्यावस्था आ जाएगी और ताप नियत हो जाएगा।
$\therefore$C सही है।

प्रयोग # 6

अनुनाद नली से ध्वनि का वेग ज्ञात करना।
चित्र में अनुनाद नली के ध्वनि का वेग ज्ञात करने का प्रयोग दिखाया गया है।

Resonance tube



सिद्धान्तः अनुनाद नली एक प्रकार की बंद आर्गन पाइप है। जिसकी प्राक तिक आवृतियां होगी।

$$\frac{V}{4\ell_{eq}}, \frac{3v}{4\ell_{eq}}, \frac{5V}{4\ell_{eq}} \ldots\ldots\ldots \quad \text{या} \qquad \text{सामान्यतः } f_n = (2n-1)\frac{V}{4\ell_{eq}}$$

यदि इसे f_0 के स्वरित्र से दोलित किया जा तो अनुवाद के लिए प्राक तिक आवृत्ति = स्रोत की आवति

$$(2n-1)\frac{v}{4\ell_{eq}} = f_0 \qquad \Rightarrow \qquad \ell_{eq} = (2n-1)\frac{V}{4f_0}$$

पहले अनुनाद के लिए $\ell_{eq} = \frac{V}{4f_0} =$ (पहले mode के लिये)

दूसरे अनुनाद के लिऐ $\ell_{eq} = \frac{3V}{4f_0} =$ (दूसरे mode के लिए)

क्रियाविधि : अनुनाद नली 100 cm का ट्यूब होता है। प्रारम्भ में यह जल से पूरा भरा होता है। वायु स्तम्भ की लम्बाई बढ़ाने के लिये जल स्तर को घटाया जाताहै। वायु स्तम्भ को f_0 आवृत्ति के स्वरित्र से दोलित किया जाताहै। माना ℓ_1, लम्बाई पर पहला अनुनाद प्राप्त होता है तो (तेज ध्वनि)

$$\ell_{eq} = \frac{3V}{4f_0}$$

$$\Rightarrow \qquad \ell_{eq} + \varepsilon = \frac{3V}{4f_0} \quad ....(1)$$

यदि जल स्तर को और नीचे ले जाएगें तो ध्वनि वापस कम हो जाती है, लेकिन ℓ_2 लम्बाई पर पुनः हमें तीव्र ध्वनि सुनाई देगी। (द्वितीय अनुनाद)

$$\ell_{eq_2} = \frac{3V}{4f_0}$$

$$\Rightarrow \qquad \ell_{eq_2} + \varepsilon = \frac{3V}{4f_0} \quad ....(2)$$

<For (i) and (ii)

$$V = 2f_0(\ell_2 - \ell_1)$$

प्रेक्षण सारिणी :

प्रारम्भ में कमरे का ताप = 26^0C अंत में कमरे का तान = 28^0C

		जल स्तर की स्थिति			
स्वतरित्र की आवृत्ति (Hz) में (f_0)	अनुवाद	जब जल स्तर नीचे आ रहा हो	जब जल स्तर ऊपर आ रहा हो	माध्य अनुनाद लम्बाई	ध्वनि की चाल $V=2f_0(\ell_2 - \ell_1)$
340 Hz	1^{st} अनुवाद	22.9	24.1	ℓ_1 = ...	V = ...
	2^{nd} अनुवाद	73.9	74.1	ℓ_2 = ...	

अब निम्न प्र नों का उत्तर दीजिये–

1. ध्वनि का चाल लगभग होगी–

(A) 340 m/sec **(B)** 380 m/sec **(C)** 430 m/sec **(D)** इनमें से कोई नहीं

Sol. l_1 = 24.0 cm

l_2=74.0 cm

$V=2f_0(l_2-l_1)$=2(340)(0.740-0.240)

= (2)(340)(0.500)=340/sec

2. पिछले प्र न में 0^0 ध्वनि की चाल लगभग होगी–
(A) 324 m/sec **(B)** 380 m/sec **(C)** 430 m/sec **(D)**इनमें से कोई नहीं

Sol. $V \; \alpha \sqrt{T}$ $\frac{V_{2T^0}}{V_{0^0}} = \sqrt{\frac{300}{273}}$ $V_{0^0} = V_{27^0}\sqrt{\frac{273}{300}} = 340\sqrt{\frac{273}{300}} = 324\,m/sec$

3. ट्यूब की न्यूनतम लम्बाई कितनी हो, ताकि तीसरा अनुनाद भी सुनाई दे ?
(A) $\ell_3 = 421$ सेमी **(B)** $\ell_3 = 214$ सेमी **(C)** $\ell_3 = 124$ सेमी **(D)** इसमें से कोई नहीं

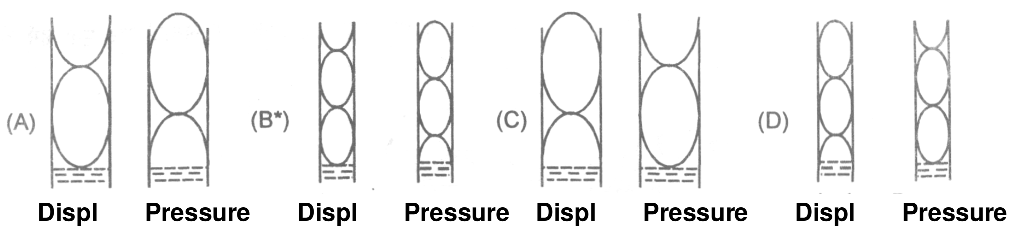
Sol. $\ell_1 + \varepsilon = \frac{V}{4f_0}$ $\ell_2 + \varepsilon = \frac{3V}{4f_0}$ दोनों समीकरणों को हल करने पर $\varepsilon = 1cm$

तीसरे अनुनाद के लिए $\ell_3 + \varepsilon = \frac{5V}{4f_0}$ $\ell_3 = 124cm$

4. समीकरण (i) तथा (ii) से सिरा सं ोधन ε भी ज्ञात किया जा सकता है। $(\varepsilon \approx 0.3d)$
(A) 2.5 cm **(B)** 3.3 cm **(C)** 5.2 cm **(D)** इनमें से कोई नहीं

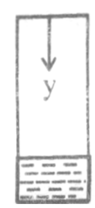
Sol. $\varepsilon = 1cm = 0.3d$ $d = \frac{1cm}{0.3} = 33cm$

5. तीसरे अनुनाद के लिये विस्थापन और दाब को mode shape को सही तरह से प्रदि ित करने वाला विकल्प है–



Ans (B)

6. खुले सिरे को y = 0 मानते हुए दाब निस्पंद की स्थिति होगी–
(A) y =-1 cm, y = 49 cm **(B)** y = 0 cm, y = 50 cm
(C) y = 1 c, y = 51 cm **(D)** इनमें से कोई नहीं



7. दूसरे अनुनाद के लिए अप्रगामी तरंग की समीकरण होगी–
(A) $P_{ex} = 2A\sin 2\pi(y + 1cm)\cos 2\pi(340)t$ **(B)** $P_{ex} = 2A\sin 2\pi(y - 1cm)\cos 2\pi(340)t$
(C) $P_{ex} = 2A\cos 2\pi(y + 1cm)\cos 2\pi(340)t$ **(D)** $P_{ex} = 2A\cos 2\pi(y - 1cm)\cos 2\pi(340)t$

Sol. **(A)** $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{1} = 2\pi$ $\omega = 2\pi f = (2\pi)(340)$
पहला निस्पंद y=0 के स्थान पर y=-1 बनता है। अतः अप्रगामी तरंग की समीकरण होगी–
$P_{ex} = 2A\sin 2\pi(y + 1cm)\cos 2\pi(340)t$

f_0, ℓ_1, ℓ_2 के मापन में त्रुटि के कारण ध्वनि की चाल में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :

अनुनाद नली प्रयोग के लिये

$$V = 2f_0(\ell_2 - \ell_1)$$
$$\ln V = \ln 2 + \ln f_0 + \ln(\ell_2 - \ell_1)$$

ध्वनि की चाल में अधिकतम अनुमेय त्रुटि $\left(\frac{dV}{V}\right)_{max} = \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta\ell_2 + \Delta\ell_1}{(\ell_2 - \ell_1)}$

8. अनुनाद नली प्रयोग में $(340 Hz \pm 1\%)$ का स्वरित्र उपयोग में लिया जाताह। पहले और दूसरे अनुनादीय लम्बाईयां क्रम ाः
24.
0 cm और 74.0 cm है। ध्वनि की चाल में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो।

Sol.
$$\ell_1 = 20.0\,cm \to \Delta\ell_1 = 0.1\,cm$$
$$\ell_2 = 74.0\,cm \to \Delta\ell_2 = 0.1\,cm$$

$$\left(\frac{dV}{V}\right)_{max} == \frac{\Delta f_0}{f_0} + \frac{\Delta\ell_2 + \Delta\ell_1}{\ell_2 - \ell_1}$$

प्रयोग # 7

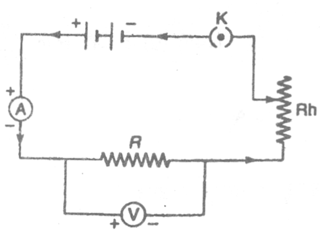
अमीटर और वोल्टमीटर से ओम के नियम का सत्यापन–

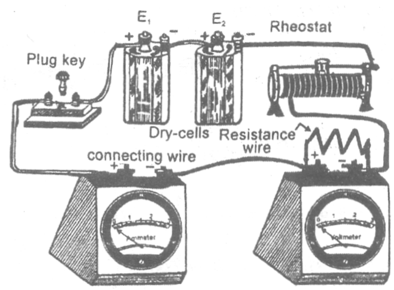
ओम के नियम के अनुसार चालक से बहने वाली धारा (I) इसके सिरों के बीच विभवांतर (V) के अनुक्रमानुपाती होती है, यदि अन्य भौतिक परिस्थितियां (जैसे ताप, आकार आदि) नियत रखी जाएँ गणितीय रूप में

$V \propto I$ or $V = IR$

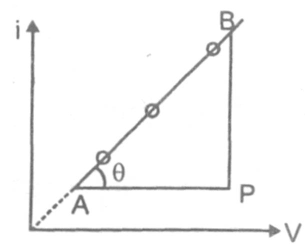
यहाँ R एक स्थिरांक है, जिसे प्रतिरोध कहते है। यह चालक की प्रक ति और आकार पर निर्भर करता है।

परिपथ चित्र : परिपथ चित्र नीचे दिखाया गया है।





क्रियाविध : धारा नियंत्रक के सम्पर्क को खिसकाकर अमीटर और वोल्टमीटर का पाठ्यांक नोट किया जाता है। कम से कम 6 प्रेक्षण लिये जाते है। अब R के सिरों के बीच विभवांतर V और धारा i में ग्राफ खींचा जाता है। ग्राफ चित्रानुसार सरल रेखीय आता है।

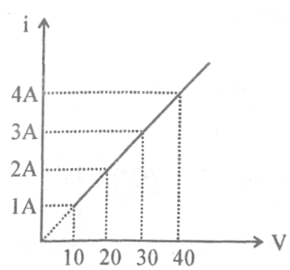


परिणाम : ग्राफ से हम कह सकते है कि V/I नियत होता है अतः $V \propto I$

$i = \left(\frac{1}{R}\right)v$ अतः i - V ग्राफ का ढाल ज्ञात करो और इसे $\frac{1}{R}$ के बराबर कर दो

ढाल त्र $\frac{BP}{AP} = \frac{1}{R}$ $\Rightarrow$ R = ...

Q1. यदि बैटरी का वि.वा.ब. = 100 v है तो दूसरे पाठ्यांक (i=2A, V=20V) में धारा नियंत्रक में कितना प्रतिरोध होगा ?

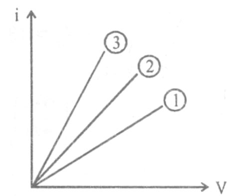


(A) 10 Ω **(B)** 20 Ω **(C)** 30 Ω **(D)** 40 Ω

Sol. ग्राफ के झुकाव से $=\frac{i}{v}=\frac{1}{R}=\frac{1}{10}$ R=10 Ω

दुसरे पाठ्यांक के लिये $i=\frac{Emf}{R+R_{rh}}$ $2=\frac{100}{10+Rrh}$ $\Rightarrow$ $R_{rh}=40\Omega$

Q.2 यदि भिन्न–भिन्न आकारों के तीन तार, अज्ञात प्रतिरोध के स्थान पर प्रयोग किये जाए तो तीनों के लिए I - V ग्राफ चित्रानुसार प्राप्त होता है। सही वक्र के अनुसार स्तम्भ का मिलान करो :



तार का आकार	सम्बन्धित ग्राफ
(p) $\ell=1m,$ त्रिज्या = 1mm	(i) वक्र (1)
(q) $\ell=1m,$ त्रिज्या = 2mm	(ii) वक्र (2)
(r) $\ell=\frac{1}{2}m,$ त्रिज्या $=\frac{1}{2}mm$	(iii) वक्र (3)

(A) (p)-(ii);(q)-(iii);(r)-(i) **(B)** (p)-(iii);(q)-(ii);(r)-(i)

(C) (p)-(i);(q)-(ii);(r)-(ii) **(D)** None of these

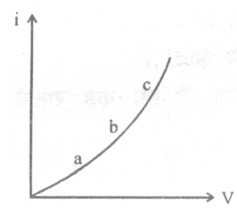
Sol. $R=\frac{\rho\ell}{A}=\frac{\rho\ell}{\pi r^2}$ स्थिति (p) के लिये $R\propto\frac{(1)}{(1)^2}$ स्थिति (p) के लिऐ $R\propto\frac{(1)}{(2)^2}$

स्थिति (r) के लिये $R\propto\frac{(1/2)}{(1/2)^2}$ इसलिए $R_r>R_p>R_q$

तथा i-v वक्र का ढाल $=\frac{i}{v}=\frac{1}{R}$ इसलिए ढाल$_r$ < ढाल$_p$ <ढाल$_q$

$\Rightarrow$ q $\rightarrow$ रेखा (3) q $\rightarrow$ रेखा (2) r $\rightarrow$ रेखा (3)

Q.3 एक non-ohmic प्रतिरोध के लिए i -v ग्राफ दिखाया गया है। गतिक प्रतिरोध किस बिन्दु पर अधिकतम होगा

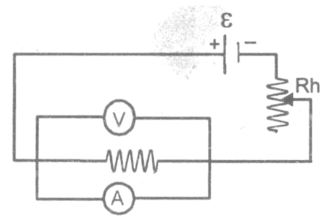


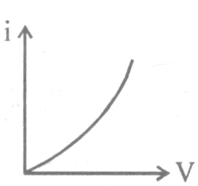
(A) a **(B)** b
(C) c **(D)** सब के लिये समान

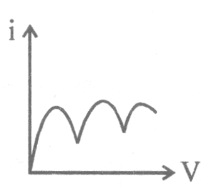
Sol. गतिक प्रतिरोध $R=\frac{dv}{di}=\frac{1}{di/dv}=\frac{1}{slope}$

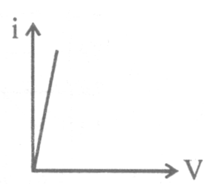
बिन्दु c पर झुकाव न्यूनतम है अतः प्रतिरोध अधिकतम होगा।

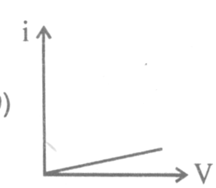
Q.4 यदि गलती से अमीटर प्रतिरोध के समानांतर क्रम में लग गया तो i-v ग्राफ होगा– (यहां i = अमीटर का पाठ्यांक, v= वोल्टमीटर का पाठ्यांक)



(A)


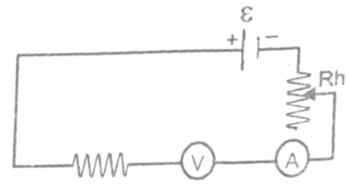
(B)


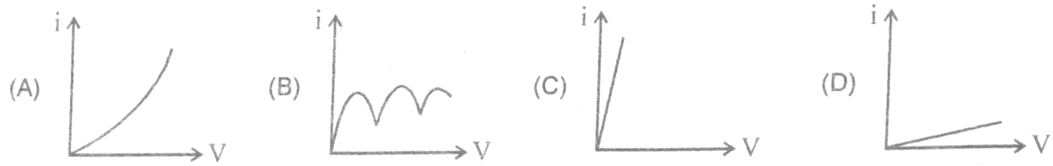
(C*)


(D)


Sol(C) अमीटर बहुत कम प्रतिरोध का होता है। अतः अधिकतर धाा अमीटर से ही गुजरेगी अतः अमीटर का पाठ्यांक बहुत अधिक आएगा। वोल्टमीटर का प्रतिरोध बहुत अधिक होता है। अतः वोल्टमीटर का पाठ्यांक बहुत कम आएगा।

Q.5 यदि गलती से वोल्टमीटर श्रेणी क्रम में जम गया तो i-v ग्राफ होगा–
(i= अमीटर का पाठ्यांक, v= वोल्टमीटर का पाठ्यांक)





Sol.(D) वोल्टमीटर के उच्च प्रतिरोध के कारण पूरे रास्ते का प्रतिरोध बहुत बढ़ जाएगा। अतः अमीटर का पाठ्यांक बहुत कम आएगा।

ओम के नियम से हम किसी तार की विि ाश्ट प्रतिरोधकता भी ज्ञात कर कसते हैं–

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{\pi D^2}{4L}\frac{V}{I}$$

$$\ln\rho = \ln\frac{\pi}{4} + 2\ln D - 2\ln L + \ln V - \text{in} I$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = 2\frac{dD}{D} - \frac{dL}{L} + \frac{dV}{V} - \frac{dI}{I}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \pm 2\frac{\Delta D}{D} \mp \frac{\Delta L}{L} \pm \frac{\Delta V}{V} \mp \frac{\Delta I}{I}$$

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{max} = \text{max of}\left(\pm 2\frac{\Delta D}{D} \mp \frac{\Delta L}{L} \pm \frac{\Delta I}{I}\right)$$

$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{max} = +2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta L}{L}\frac{\Delta V}{V} + \frac{\Delta I}{I} = \rho$$

Q.1 ओम के नियम के प्रयोग में यदि विभान्तर =100 V लगाया जाए तो प्रतिरोध में धारा 1.00 A मापी जाती है। यदि तार की लम्बाई 100 cm, मापी गई और तार का व्यास 2.50 m मापा गया तो प्रतिरोधकता में अधिकतम अनुमेय त्रुटि कितनी होगी ?

(A) 1.8% **(B)** 1.2% **(C)** 3.8% **(D)** 5.75%

Sol. $\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{\text{अधिकतम}} = 2\left(\frac{0.01}{2.50}\right) + \left(\frac{0.1}{10.0}\right) + \left(\frac{0.1}{10.0}\right) + \left(\frac{0.01}{1.00}\right)$
= 3.8%

Q.2 प्रतिरोधकता में % त्रुटि किस पर सर्वाधिक निर्भर करती है–

(A) लम्बाई मापन पर (B) वोल्टेज मापन पर
(C) धारा मापन पर (D) व्यास मापन पर

Sol. किसी उपकरण से मापी गई धारा i - 10.0 Amp. है और मापा गया विभवान्तर V=100.0 है तार की लम्बाई 31.4 cm है तार का व्यास 2.00 mm है। (सभी उचित सार्थक अंकों में) तार की विि ाश्ट प्रतिरोधकता (उचित सार्थक अंकों में) होगी – $(\pi = 3.14)$

(A) $1.00 \times 10^{-4}\ \Omega$-m (B) $1.0 \times 10^{-4}\ \Omega$-m (C) $1 \times 10^{-4}\ \Omega$-m (D) $1.000 \times 10^{-4}\ \Omega$-m

Sol. $\rho = \frac{\pi D^2}{4L}\frac{V}{I} \qquad = \frac{(3.14)(2.00\times10^{-3})^2}{4(0.314)}\left(\frac{100.0}{10.0}\right)$

था उत्तर तीन S.F. में होना चाहिए $\rho = 1.00\times10^{-4}\,\Omega - m$

Q.4 पिछले में, प्रतिरोध और प्रतिरोधकता मापन में अधिकतम अनुमेय त्रुटि होगी (क्रम ाः)
(A) 2.14%, 1.5% (B) 1.5%, 2.45% (C) 2.41%, 1.1% (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $\left(\frac{dR}{R}\right)_{max} = \frac{\Delta i}{i} + \frac{\Delta v}{v} = \frac{0.1}{10.0} + \frac{0.1}{100.00} = 1.1\% \left(\frac{dR}{R}\right)_{max} = 2.41\%$

प्रयोग # 8

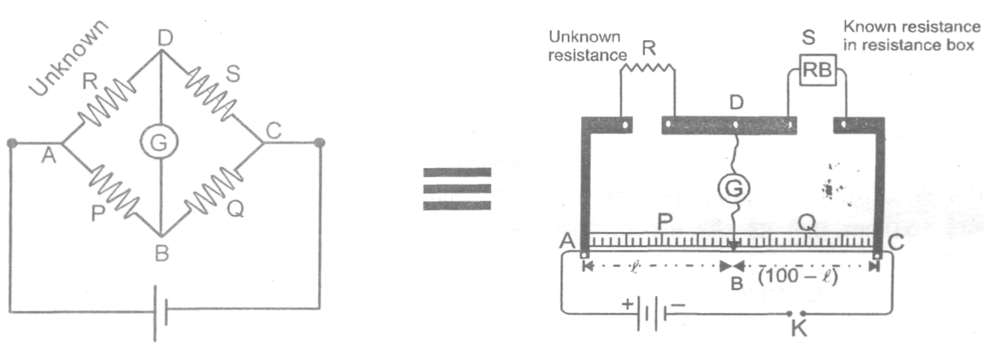
मीटर सेतु

मीटर सेतु व्हीट स्टोन सेतु (whistone=brdige) का एक सरल उदाहरण है जिससे अज्ञात प्रतिरोध का मान ज्ञात कर सकते है। अज्ञात प्रतिरोध को R के स्थान पर रखते है और S के स्थान पर एक ज्ञात प्रतिरोध का प्रयोग किया जाता है। (प्रतिरोध बॉक्स द्वारा) A और C के बीच 1m लम्बा तार रखा जाता है जॉकी को तार पर फिसलाया जाता है। जब $R(100-\ell) = S(\ell)$ हो जाए तब सेतु संतुलित हो जाएगा। और गेल्वेनोमीटर में भून्य विक्षेपण आएगा। "ℓ" का मान मीटर पैमाने से मापा जाता है।

अज्ञात प्रतिरोध $R = S\frac{\ell}{100-\ell}$ ....(1)

यदि अज्ञात प्रतिरोध की लम्बाई L तथा व्यास d, है तो तार की विि ाष्ट प्रतिरोधकता होगी–

$\rho = \frac{R\left(\frac{\pi d^2}{4}\right)}{L}$ समीकरण (1) से $\rho = \frac{\pi d^2}{4L}\left(\frac{(\ell)}{100-\ell}\right)S$



Q.1 यदि प्रतिरोध बॉक्स में लिया गया प्रतिरोध $S = 300\Omega$ है तो संतुलन लम्बाई A सिरे से 25.0 cm पर आती है। अज्ञात तार का व्यास 1mm है और लम्बाई 31.4 cm है। तार की विि ाष्ट प्रतिरोधकता होगी–
(A) $2.5\times10^{-4}\,\Omega$-m (B) $3.5\times10^{-4}\,\Omega$-m (C) $4.5\times10^{-4}\,\Omega$-m (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. (A) $\frac{R}{300} = \frac{25}{75} \Rightarrow R = 100 \qquad \rho = \frac{R\pi d^2}{4L} = 2.5\times10^{-4}\,\Omega - m$

Q.2. पिछले प्र न में यदि R और S को परस्पर परिवर्तित कर दिया जाए तो संतुलन बिन्दु कितना खिसक जाएगा ?
(A) 30 cm (B) 40 cm (C) 50 cm (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. यदि R और S को परस्पर परिवर्तित कर दिया जाए तो,
$\ell = 75 \qquad 100 - \ell = 25$

तो संतुलन बिन्दु 70-25=50 cm खिसक जाएगा।

Q.3 मीटर सेतु में संतुलन बिन्दु $\ell = 33.7$ cm पर आता है। यदि प्रतिरोध S को 12Ω प्रतिरोध से परिवर्ति कर दिया जाए तो संतुलन बिन्दु 18.2 cm खिसक जाता है। अज्ञात प्रतिरोध R का मान होना चाहिए।

(A) 13.5 Ω **(B)** 68.8 Ω **(C)** 3.42 Ω **(D)** इनमें से कोई नहीं

Sol. **(B)** $\frac{R}{S} = \frac{33.7}{100-33.7}$ $\frac{R}{125/12+5} = \frac{(33.7-18.2)}{100-(33.7-18.2)}$

R = 68.8 Ω

सिरा संशोधन

मीटर सेतु परिपथ में सिरों A और C पर कुछ अतिरिक्त लम्बाई आ जाती है। (धात्विक पट्टी के नीचे) अतः सही परिणाम के लिये सिरों पर कुछ अतिरिक्त लम्बाई (α तथा β) भामिल करनी होगी। ℓ के स्थान पर हम $\ell + \alpha$ और $100-\ell$ के स्थान पर $100-\ell+\beta$ (जहां α और β सिरे सं ोधन है।) α और β का मान ज्ञात करने के लिए हम R और S के स्थान पर अज्ञात प्रतिरोध R_1 और R_2 प्रयोग करते हे। मानाकि अभी संतुलन लम्बाई $\ell_2 = 67.0$ आ रही है तो

$$\frac{R_1}{R_1} = \frac{\ell_1+\alpha}{100-\ell_1+\beta} \qquad ....(i)$$

अब हम R_1 और R_2 को interchange करते है। और माना अब संतुलन लम्बाई ℓ_2 आ रही है।

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{\ell_2+\alpha}{100-\ell_2+\beta} \qquad .....(ii)$$

समी. (i) और (ii) को हल करने पर

$$\alpha = \frac{R_2\ell_1 - R_1\ell_2}{R_1-R_2} \text{ और } \beta = \frac{R_1\ell_1 - R_2\ell_2}{R_1-R_2} - 100$$

हम सिरे सं ोधन (α and β) के उपयोग से हम प्रेक्षणों को सं ोधित करते है।

Q.1 यदि हम R और S के स्थान पर 100Ω और 200Ω प्रतिरोध प्रयोग करें तो संतुलन बिन्दु $\ell_1 = 33.0$cm पर आता है। यदि हम प्रतिरोधों को interchange करें तो संतुलन बिन्दु $\ell_2 = 67.0$cm पर आता है। सिरा सं ोधन α और β के मान क्या होंगे

(A) $\alpha = 1\text{cm}, \beta = 1\text{cm}$ **(B)** $\alpha = 2\text{cm}, \beta = 1\text{cm}$

(C) $\alpha = 1\text{cm}, \beta = 2\text{cm}$ **(D)** इनमें से कोई नहीं

Ans. (A)

Sol. $$\alpha = \frac{R_2\ell_1 - R_1\ell_2}{R_1-R_2}$$

$$= \frac{(200)(33)-(100)(67)}{100-200} = 1\text{cm}$$

$$\beta = \frac{R_1\ell_1 - R_2\ell_2}{R_1-R_2} - 100 = \frac{(100)-(200)(67)}{100-200} - 100 = 1\text{cm}$$

Q.2 अब हम प्रेक्षण लेना भाुरू करते है। R के स्थान पर अज्ञात प्रतिरोध प्रयोग करते है और S के स्थान पर 300Ω का प्रतिरोध लेते है। यदि संतुलन लम्बाई $\ell = 26$cm पर आती है तो अज्ञात प्रतिरोध का मान ज्ञात करो।

(A) 108 Ω (B) 105.4 Ω (C) 100 Ω (D) 110 Ω

Ans (A)

Sol. $$\frac{\ell_{eq}}{(100-\ell)_{eq}} = \frac{R}{300}$$

$$= \frac{R}{(300)} = \frac{26+1}{(100-26)+1} = \frac{27}{75}$$

$=\quad R = \frac{300\times 27}{75} \quad = \quad 108\Omega$

Q.3 यदि सिरा सं ाोधन उपयोग किये बिना अज्ञात प्रतिरोध का मान R_1 आता है और सिरो सं ाोधन उपयोग करने पर अज्ञात प्रतिरोध का मान R_2 आता है।

(A) $R_1 > R_2$ जब संतुलित बिन्दु first half में है

(B) $R_1 < R_2$ जब संतुलित बिन्दु first half में है

(C) $R_1 > R_2$ जब संतुलित बिन्दु second half में है

(D) $R_1 > R_2$ हमे ाा

Ans(A)

Sol. $R_1 = S\left(\frac{\ell}{100-\ell}\right) \qquad R_2 = S\left(\frac{\ell+\alpha}{100-\ell+\beta}\right)$

यदि संतुलित बिन्दु first half में है तो $\ell = 40$

$R_1 = S\left(\frac{40}{60}\right) \qquad R_2 = S\left(\frac{41}{61}\right) \Rightarrow R_1 > R_2$

यदि संतुलित बिन्दु Second half में है तो $\ell = 70$

$R_1 = S\left(\frac{70}{30}\right) \qquad R_2 = S\left(\frac{71}{31}\right) \quad R_1 > R_2$

P के मान में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :

मीटर सेतु से तार की प्रतिरोधकता $\quad \rho = \frac{\pi D^2 S}{4L}\frac{\ell}{100-\ell}$

माना RB ज्ञात प्रतिरोध (S) और तार की कुल लम्बाई (100 cm) पूर्णतः ज्ञात है। हम संतुलन लम्बाई ℓ और तार के व्यास D के मापन में त्रुटि के कारण ρ में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करते हे।

$$\ln \rho = \ln\left(\frac{\pi S}{4L}\right) + 2\ln D + \ln \ell - \ln(100-\ell)$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = 2\frac{dD}{D} + \frac{d\ell}{\ell} - \frac{d(100-\ell)}{(100-\ell)}$$

$$= 2\frac{dD}{D} + \frac{d\ell}{\ell} + \frac{d\ell}{100-\ell}$$

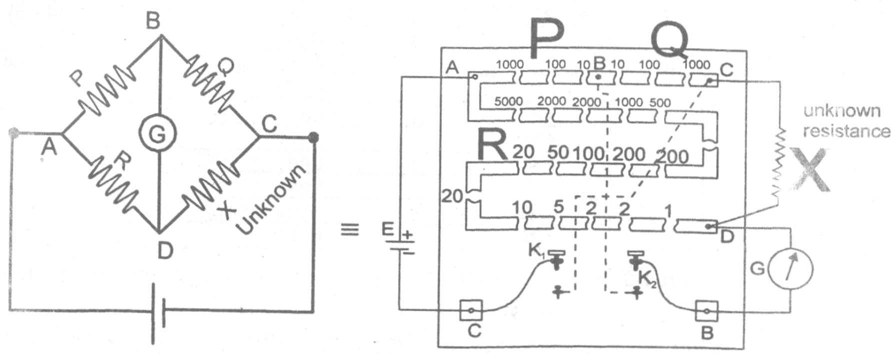
$$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{max} = 2\frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta\ell}{\ell} + \frac{\Delta\ell}{100-\ell}$$

$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{max}$ केवल ℓ में त्रुटि के कारण है $= \frac{\Delta\ell}{\ell} + \frac{\Delta\ell}{100-\ell} \quad = \frac{\Delta\ell(100)}{\ell(100-\ell)}$

$\left(\frac{d\rho}{\rho}\right)_{max}$ न्यूनतम होगा जब $\ell(100-\ell)$ यदि अधिकतम है i.e. $\ell = 50\,cm$

प्रयोग # 9

पोस्ट ऑफिस बॉक्स



व्हीट स्टोन सेतु (wheatstone's bridge) परिपथ में यदि $\frac{P}{Q}=\frac{R}{X}$ हो तो सेतु संतुलित होगा। अतः अज्ञात प्रतिरोध $X=\frac{Q}{P}R$ इस व्ही स्टोन सेतु परिपथ को realize करने के लिये पोस्ट ऑफिस बॉक्स का उपयोग किया जाता है।

प्रतिरोध P और Q भुजा AB और BC में लगाये जाते है। जहां हमारे पास $10\Omega, 100\Omega$ या 1000Ω के प्रतिरोध उपलब्ध है। इससे हम $\frac{Q}{P}$ का कोई भी अनुपात set कर सकते है। इस भुजाओं को अनुपात–भुजाऐं कहते है। प्रारम्भ में हम $Q = 10\,\Omega$ और $P = 10\,\Omega$ लेते है। ताकि $\frac{Q}{P}=1$ हो। अज्ञात (X) को C और D के बीच जोड़ा जाता है और बैटरी A और C के बीच जोड़ी जाती है। (बिलकुल व्हीट स्टोन सेतु की तरह) अब A से D के बीच वाले भाग में इतना प्रतिरोध रखो कि सेतु संतुलित हो जाए। इसके लिये A और D के मध्य प्रतिरोध एक–एक ओम के अंतराल में बढ़ाते जाते है और पहले K_1 फिर K_2 कुंजी के दबाकर गेल्वेनोमीटर में विक्षेपण देखो।
माना $R = 4\,\Omega$ पर हमें बाई और विक्षेपण मिल रहा है और $R = 5\,\Omega$ पर हमें दाई ओर विक्षेपण मिल रहा हैं अतः हम कह सकते है कि सेतु के संतुलन के लिए R का मान 4 से 5 के बीच होना चाहिए।

अब $X=\frac{Q}{P}R=\frac{10}{10}R=R=4$ से 5

अतः हम कह सकते है कि अज्ञात प्रतिरोध $4\,\Omega$ से $5\,\Omega$ के बीच में होना चाहिए।

X का ज्यादा close मान ज्ञात करने के लिये दूसरे प्रेक्षण में $\frac{Q}{P}=\frac{1}{10}$ चुनो $\left(\begin{matrix}P=100\\ Q=10\end{matrix}\right)$

माना अब R = 42 पर दांयी दि ाा में विक्षेप मिल रहा है और R=43 पर बायी दि ाा में विक्षेप मिल रहा है। अतः $R\in(42,43)$

अब $X=\frac{Q}{P}R=\frac{10}{100}R=\frac{1}{10}R$ जहां $R\in(42,43)$

अतः हम कह सकते है कि $X\in(4.2,4.3)$ X का और close मान ज्ञात करने के लिऐ $\frac{Q}{P}=\frac{1}{100}$ चुनो। प्रेक्षण सारणी नीचे बनाई गई है :

No. of Obs	Resistance in the Ratio arm		Resistance inarm AD (R) (Ohm)	Direction of deflection left of right	Unkown resitance $X = \frac{Q}{P} \times R$ (Ohm)
	AB(P) (Ohm)	BC (Q) (Ohm)			
1.	10	10	4	Left	(4-5)
			5	Right	
2.	100	10	40	Left (large)	(4.2-4.3)
			50	Right (large)	
			42	Left	
			43	Right	
3.	100	10	420	Left	4.25
			424	Left	
			425	No deflection	
			426	Right	

Q.1 यदि तार की लम्बाई (100.0 cm), और स्क्रूगेज से मापी गई तार की त्रिज्या (1.00 mm) है तो तार की विि श्श्ट प्रतिरोधकता होगी–

(A) $13.35 \times 10^{-6} \Omega - m$ **(B)** $13.4 \times 10^{-6} \Omega - m$ **(C)** $13.352 \times 10^{-6} \Omega - m$ **(D)** $16.5 \times 10^{-6} \Omega - m$

Ans, B

Sol. दी गई तालिका से $R = 4.25\,\Omega$

$$\rho = \frac{(R)\pi r^2}{\ell}$$

$$= \frac{4.25 \times 3.14 \times (1.00)^2 \times 10^{-6}}{(100.0 \times 10^{-2})}$$

$$= 13.4 \times 10^{-6} \Omega - m$$ (Ans. In three S.F.)

Q.2. **कथन** : भून्य विक्षेप को प्रेक्षित करने के लिये पहले (K_1) कुंजी दबाई जाती है और बाद में गेल्वोनोमीटर कुंजी (K_2) दबाई जाती है।

कारण : यदि K_2 बंद करें और फिर K_1 बंद करें, तो धारा अचानक बढ़ना चाहेगी। अतः स्प्रेरकत्व के कारण, गेल्वोनोमीटर में उच्च वि.वा.बल पैदा हो जाता है जो विरोधी galvanometer को नुकसान पहुंचा सकता है।

(A) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 सत्य है, वक्तव्य–1 का सही स्पश्टीकरण है।

(B) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 सत्य है, वक्तव्य–1 का सही स्पश्टीकरण नहीं है।

(C) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 असत्य है।

(D) वक्तव्य 1 सत्य है तथा वक्तव्य 2 सत्य है।

Ans (A)

Q.3 दिए गए पोस्ट–ऑफिस बॉक्स से अधिकतम और न्यूनतम कितना प्रतिरोध माप सकते है,

(A) $1111k\Omega$, 0.1 Ω (B) 1111k Ω ए 0ण01 Ω (C) 111k Ω ए 0ण001 Ω (D) इनमें से कोई नहीं

Sol. $x = \frac{Q}{P} R$

$$(X)_{max} = \frac{(Q)_{max}}{(P)_{max}} (R)_{max} = \frac{1000}{10}(11110) = 1111k\Omega$$

$$(X)_{min} = \frac{(Q)_{min}}{(P)_{min}} (R)_{min}$$

$= \frac{10}{1000}(1) \qquad = 0.01\Omega.$

Q.4 किसी प्रयोग में $\frac{Q}{P} = \frac{1}{10}$ है और R में यदि 192Ω प्रतिरोध लगाते है तो गेल्वेनोमीटर मे विक्षेप बाई ओर आता है, और R में $193\,\Omega$ प्रतिरोध लगाते है तो भी विक्षेप बाई ओर ही आता है। लेकिन यदि $194\,\Omega$ का प्रतिरोध लगाते है। तो विक्षेप दाई ओर आता ह। अज्ञात प्रतिरोध मान होना चाहिए।

(A) 19.2 to 19.3 Ω **(B)** 19.3 to 19.4 Ω **(C)** 19 to 20 Ω **(D)** 19.3 to 19.4 Ω

Ans/ (B)

sol. $X = \frac{Q}{P}(R) \quad = \quad \frac{1}{10}(192 \leftrightarrow 193)$

$= \quad 19\ .2 \ \leftrightarrow \ 19\ .3$

Q.5 यदि गलती बैट्री B और C के बीच जोड़ी जाए और गेल्वेनोमीटर A और C के बीच जोडा जाए तो
(A) हमें संतुलन बिन्दु नहीं मिलेगा
(B) प्रयोग ज्यादा accurate नहीं रहेगा।
(C) प्रयोग को पूर्ववत् कर सकते है।
(D) प्रयोग को पहले की तरह कर सकते है लेकिन अब पहले K_2 कुंजी को दबाना होगा, बाद में K_1

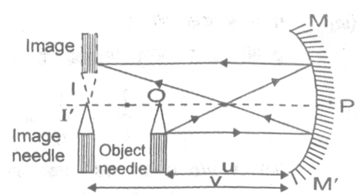
Ans (D)

प्रयोग # 10

U-V विधि से अवतल दर्पण की फोकस दूरी

सिद्धान्त : u, के अलग–अलग मानों के लिए v, के मान प्रेक्षित करो।

और $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ से f का मान ज्ञात करो।



विधिः इस प्रयोग में एक अवतल दर्पण को MM' स्थिति पर रखा जाता है और एक सूई को बिम्ब की तरह प्रयोग यिजाता है। और अवतल दर्पण के सामने रखा जाता है। हम सूई को बिम्ब सूई (O चित्र में)
सर्वप्रथम हम F का लगभग मान निकालते है। इसके लिये एक बहुत दूर स्थित वस्तु (जैसे सूर्य) का sharp प्रतिबिम्ब filler paper पर बनाते है। बहुत दूर स्थित वस्तु के प्रतिबिम्ब की दूरी से फोकस दूरी का लगभग मान पता लगा सकते है।
अब बिम्ब सूई को F से दूर रखा जाता है ताकि वास्तविक और उल्टी प्रतिबिम्ब (चित्र I में) बने। एक आँख बंद करके दूसरी आँख को दर्पण के pole के अनुदि ा रखकर दर्पण में देखने में इस प्रतिबिम्ब को देख सकते है। प्रतिबिम्ब को locate करने के लिए, एक दूसरी सूई का प्रयोग करते है और इस सूई को इतना खिसकाते है ताकि इसका भीर्श प्रतिबिम्ब से स्प र्ा करें। (चित्रानुसार) यह दूसरी सूई प्रतिबिम्ब की दूरी (v) बताती है। अतः इस्र प्रतिबिम्ब सूई कहते है। (चित्र में I') प्रकाि ाक Bench पर स्थित mm scale से बिम्ब की दूरी 'u' और प्रतिबिम्ब की दूरी 'v' को noyr करो।
इसी प्रकार 4–5 और प्रेक्षण लो।

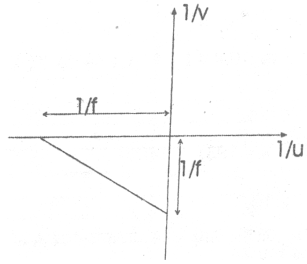
u - v प्रेक्षण से फोकस दूरी 'f' का मान ज्ञात करो :
दर्पण सूत्र प्रयोग करने पर :

(i) प्रत्येक u-v प्रेक्षण से दर्पण सूत्र $\frac{1}{f} = \frac{1}{v} + \frac{1}{u}$ की मदद से f का मान ज्ञात करो और उन सभी का औसत लो।

(ii) $\frac{1}{v}\,v/s\,\frac{1}{u}$ वक्र से :

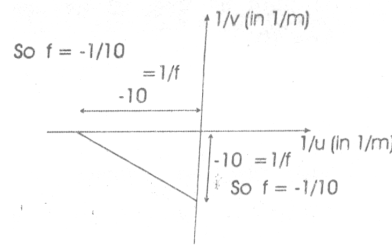
$$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f}\Rightarrow\frac{1/u}{1/f}+\frac{1/v}{1/f}=1\leftrightarrow\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

अतः $\frac{1}{v} v/s \frac{1}{u}$ के बीच वक्र एक सरल रेखा होगा, जिसके x और y प्रतिच्छेद क्रम ः $=\frac{1}{f}$ और $\frac{1}{f}$ होंगे।



u और v, के प्रेक्षणों से $\frac{1}{v} v/s \frac{1}{u}$ वक्र खींचो तो यह सरल रेखा आएगी। इसके x और y अंतः खण्ड ज्ञात करो और इसे क्रम ः

$\frac{1}{f}$ और $\frac{1}{f}$ के बराबर रखो।



(iii) **u - v वक्र से :**

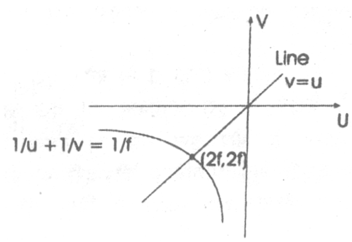
u और v के बीच सम्बन्ध है–

$$\frac{1}{v}+\frac{1}{u}=\frac{1}{f} \qquad \text{........(1)}$$

अतः v v/s u का वक्र एक आयताकार अतिपरवलय है।

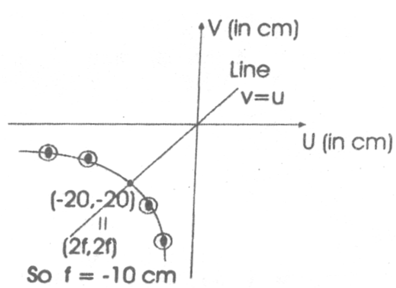
यदि हम अक्षों की अर्धक line खींचे त

$$U = v \qquad \text{........(2)}$$



Graph of v vs. u for a Concave Mirror

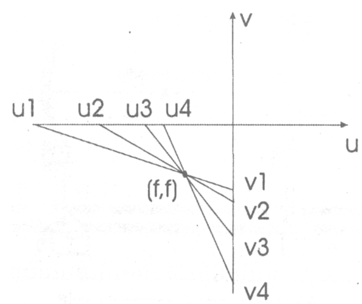
तो इनके प्रतिच्छेदी बिन्दु होने चाहिए v = 2f और u = 2f (समी. (1) और समी. (2) को हल करने पर) u - v प्रेक्षण से v v/s u का ग्राफ खींचो और अक्षों की अर्धक line भी खींचो। इनके प्रतिच्छेदी बिन्दु ज्ञात करो और इसे (2f, 2f) के बराबर रखो।



(iv) **u_n और v_n को मिलाने पर**

x अक्ष पर u_1, u_2, u_3.........u_n को अंकित करो और y- अक्ष पर v_1, v_2, v_3.........v_n अंकित करो। यदि हम u_1 को v_1 से u_2 से v_2 को v_3 से ....मिलाते है, तो समी. common बिन्दु (f, f) पर मिलती है।

Graph of v vs. u for a Concave Mirror



EXPLAINATION

u_1 और v_1 को मिलाने वाली रेखा

$$\frac{x}{u_1} + \frac{x}{v_1} = 1 \qquad ....(1)$$

जहां $\frac{1}{u_1} + \frac{1}{v_1} = f$ or $\frac{f}{u_1} + \frac{f}{v_1} = 1$.......(1)

u_2 और v_1 को मिलाने वाली रेखा

$$\frac{x}{u_2} + \frac{x}{v_2} = 1 \qquad ....(2)$$

जहां $\frac{1}{u_2} + \frac{1}{v_2} = 1$ ....(2)

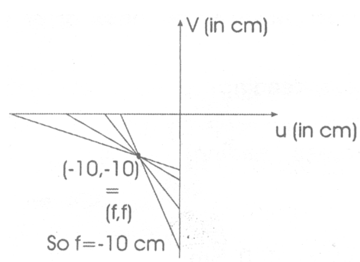
उसी तरह से u_n और v_n को मिलाने वाली रेखा

$$\frac{x}{v_n} + \frac{x}{u_n} = 1 \qquad ....(3)$$

जहां $\frac{f}{u_n} + \frac{f}{v_n} = 1$ ....(3)

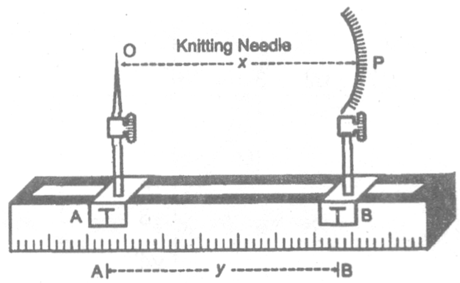
समी. (1′),(2′),(3′), से हम यह कह सकते है कि बिन्दु x = f और y = f समी. (1),(2),(3) समी. को संतुश्ट करता है। अतः बिन्दु (f, f) सभी रेखाओं का उभ्यनिश्ठ प्रतिच्छेदी बिन्दु होगा।

u -v प्रेक्षणों से u_1, u_2.....u_n को x-अक्ष पर और v_1, v_2.....v_n को y-अक्ष पर अंकित करो। u_1 को v_1, u_2 को v_2 से ....u_n को v_n से मिलाओ। सभी रेखाओं का उभयनिश्ठ बिन्दु ज्ञात करो और उसे (f, f) के बराबर रखो।



INDEX त्रूटि –

u -v विधि में हमें बिम्ब और प्रतिबिम्ब की दर्पण के ध्रुव से दूरी (वास्तविक दूरी) चाहिए। लेकिन प्रयोग में इसके लिये हम संकेतक A और B के मध्य दूरी (प्रेक्षित दूरी) ज्ञात करते है। जो बिम्ब और दर्पण के ध्रुव से exactly match नहीं करते। इसमें थोड़ी–सी mismatch होती है जिसे index त्रुटि करते है और यह प्रत्येक प्रेक्षण में नियत रहती है।



Determination of index correction.

index त्रुटि = प्रेक्षित दूरी – वास्तविक दूरी
(स्क्रूगेज में zero error की तरह यह भी अतिरिक्त पाठ्यांक है।)
index error – ज्ञात करने के लिए दर्पण और बिम्ब सूई को किसी भी स्थिति में रखा जाता है। वास्तविक दूरी ज्ञात करने के लिए एक सूई को बिम्ब "O" और दर्पण के ध्रुव (p) के बीच just firt किया जाता है। सूई की लम्बाई बिम्ब की वास्तविक दूरी बताएगी और सूचक A और B के बीच की दूरी प्रेक्षित दूरी होगी।
अतः index error

e = प्रेक्षित दूरी– वास्तविक दूरी

= सूचक A और B के बीच दूरी - fit की होने वाली सूई की लम्बाई

*एक बार हमें e मिल गया, प्रत्येक प्रेक्षण में
वाल्तविक दूरी = प्रेक्षित दूरी (सूचकों के बीच दूरी) – अतिरिक्त पाठ्यांक का index error (E) एक और term होती है, index corraction जोकि index error का उल्टा होता है।

Ex.1 u में index error ज्ञात करने के लिऐ 20.0 cm कीक एक सूई को दर्पण के ध्रुव और बिम्ब सूई के मध्य रखा जाता है तो सूचकों के मध्य दूरी 20.2 cm आती है। u के लिये index error होगी।
(A) -0.2 cm (B) 0.2 cm (C) -0.1 cm (D) 0.1 cm

Sol. Index error (अतिरिक्त पाठ्यांक) = प्रेक्षित दूरी – वास्तविक ूरी
=20.2 -20.0
= 0.2 cm

Ex.2 v में index error ज्ञात करने के लिये 19.9 cm की एक सूई को दर्पण के ध्रुव और प्रतिबिम्ब सूई के मध्य रखा जाताहै तो सूचकों के मध्य दूरी 20.2 cm आती है। v के लिये index erro क्या होगी –
(A) 0.1 cm **(B)** -0.1 cm **(C)** 0.2 cm **(D)** -0.2 cm

Sol. e = 19.9 cm - 20.0 cm
= -0.1 cm

Ex.3 किसी प्रेक्षण में बिम्ब की प्रेक्षित दूरी (बिम्ब सूई और दर्पण के सूचकों के बीच दूरी) 30.2 cm यदि और प्रतिबिम्ब की प्रेक्षित दूरी 19.9 cm आई। पिछले दो प्र नों के index error का उपयोग करके अवतल दर्पण की फोकस दूरी ज्ञात करो।

Sol. u = 30.2 - 0.2 (excess reading)
= 30.0 cm.
v = 19.9 - (-0.1) (excess reading)
= 20.0 cm.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{v}+\frac{1}{u} \quad \Rightarrow \quad f=12.0\,\text{cm.}$$

u और v के imperfact मापन के कारण f में अधिकतम अनुमेय त्रुटि :
इस प्रयोग में किसी भी (u, v), के set से फोकस दूरी निकालने की समी.

$$\frac{1}{f}=\frac{1}{v}+\frac{1}{u} \Rightarrow \quad \frac{df}{f^2}=\frac{du}{u^2}+\frac{dv}{v^2}$$

$$\left(\frac{df}{f^2}\right)=\pm\frac{\Delta u}{u^2}\pm\frac{\Delta v}{v^2} \qquad \left(\frac{df}{f^2}\right)_{max}=+\frac{\Delta u}{u^2}+\frac{\Delta v}{v^2}$$

$$(df)_{max}=\left(\frac{\Delta u}{u^2}+\frac{\Delta v}{v^2}\right)\times f^2$$

(यहां mode इसलिये लगाया गया है ताकि सारे पद जुड़ जाएं)

Ex.4 u - v विधि से अवतल दर्पण की फोकस दूरी निकालने के प्रयोग में यदि बिम्ब की दूरी 10.0 cm आती है, और प्रतिबिम्ब की दूरी 10.0 cm आती है। f में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो।

Sol. $\frac{1}{u}+\frac{1}{v}=\frac{1}{f} \Rightarrow \quad \frac{1}{(-10)}+\frac{1}{(-10)}=\frac{1}{f}\Rightarrow \quad |f|=5\,cm$

$$(df)_{max}=\left(\frac{\Delta u}{u^2}+\frac{\Delta v}{v^2}\right)\times f^2$$

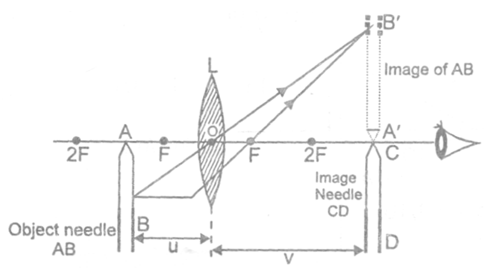
$$(df)_{max}=\left(\frac{0.1}{10^2}+\frac{0.1}{10^2}\right)\times 5^2=0.05 \text{ so,} \qquad f=(5\pm 0.05)\,cm$$

प्रयोग # 1

u-v विधि से उत्तल लैन्स की फोकस दूरी ज्ञात करना।

सिद्धान्त : u के अलग–अलग मानों के लिये v के मान प्रेक्षित करो और $\frac{1}{f}=\frac{1}{v}-\frac{1}{u}$ सूत्र से f ज्ञात करो।

इस प्रयोग में लैन्स को स्थिति L पर रखा जाता है और सूई को बिम्ब की तरह प्रयोग किया जाता है और इस उत्तल लैन्स के सामने रखा जाता है। इस सूई को बिम्ब सूई (चित्र में AB) कहते है।



सर्वप्रथम हम F का लगभग मान निकालते है। इसके लिये एक बहुत दूर स्थित वस्तु (जैसे सूर्य) का sharp प्रतिबिम्ब filler paper पर बनाते है। बहुत दूर स्थित वस्तु के प्रतिबिम्ब की दूरी से फोकस दूरी का लगभग मान पता लगा सकते है।
अब बिम्ब सूई को F से दूर रखा जाता है ताकि वास्तविक और उल्टी प्रतिबिम्ब (चित्र A'B में) बनें। एक आंख बंद करके दूसरी आंख को दर्पण के pole के अनुदि ा रखकर दर्पण में देखने में इस प्रतिबिम्ब को देख सकते है।
प्रतिबिम्ब को locate करने के लिये, दूरी सूई का प्रयोग करते है औ इस सूई को इतना खिसकाते है ताकि इसका भीर्श, प्रतिबिम्ब से स्प र्ा करें। (चित्रानुसार) यह दूसरी सूई प्रतिबिम्ब की दूरी (v) बताती है। अतः इसे प्रतिबिम्ब सूई कहते है। (चित्र में CD) प्रकाि ाक Bench पर स्थित mm scale से बिम्ब की दूरी 'u' और प्रतिबिम्ब की दूरी 'v' को note करो।
इसी प्रकार 4–5 और प्रेक्षण लो।

u - v प्रेक्षणों से 'F' का मान ज्ञात करना :

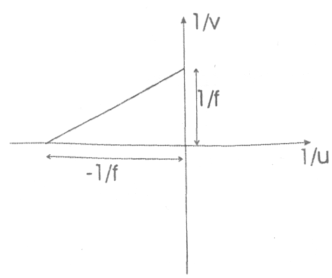
लैन्स सूत्र से :

(i) लैन्स सूत्र $\frac{1}{f}=\frac{1}{v}-\frac{1}{u}$ का उपयोग करके प्रत्येक u - v प्रेक्षण से फोकस दूरी ज्ञात करो। अंत में समी. का औसत निकाल लो।

(ii) From $\frac{1}{v}$ v/s $\frac{1}{u}$ curve :

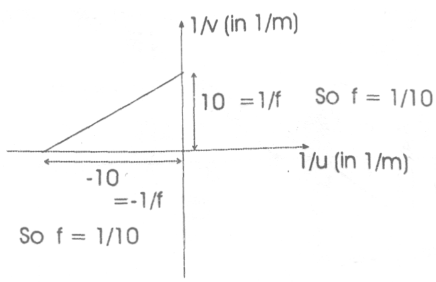
$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}+\frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1/u}{-1/f}+\frac{1/v}{1/f}=1 \leftrightarrow \frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$$

अतः $\frac{1}{v}$ v/s $\frac{1}{u}$ का वक्र सरल रेखा आना चाहिए जिसके अंतः खण्ड $=-\frac{1}{f}$ तथा $\frac{1}{f}$ होने चाहिए।



Graph $\frac{1}{v}$ vs. $\frac{1}{u}$ for a conax lans

u व v, प्रेक्षण से $\frac{1}{v}$ v/;s $\frac{1}{u}$ का ग्राफ बनाओ। यह सरल रेखा आएगी। x तथा y अंतः खण्ड ज्ञात करो और उसे $=-\frac{1}{f}$ और $\frac{1}{f}$ के बराबर रखो।



(iii) u - v ग्राफ से :

u और v के बीच संबंध है–

$$\frac{1}{v}-\frac{1}{u}=\frac{1}{f} \qquad \text{.............(1)}$$

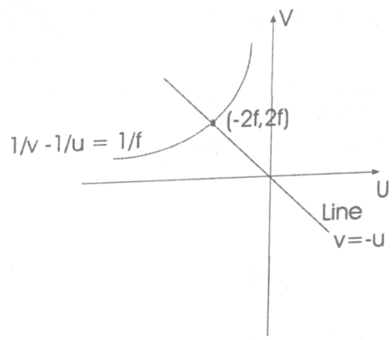
अतः v v/s u का ग्राफ चित्रानुसार आयताकार अतिपरलय आना चाहिये।

यदि हम अक्षों को समद्विभाजित करने वाली रेखा खींचे–

$$u = - v$$

तो उनके प्रतिच्छेदी बिन्दु V -2f, u = - 2f आयेंगे। [समीकरण (1) और (2) को हल करने पर] u - v प्रेक्षणों से v v/s u का ग्राफ खींचो और रेखा y = -x बनाओ । दोनों के प्रतिच्छेदी बिन्दु ज्ञात करो और उसे (-2f, 2f) के बराबर रखो।

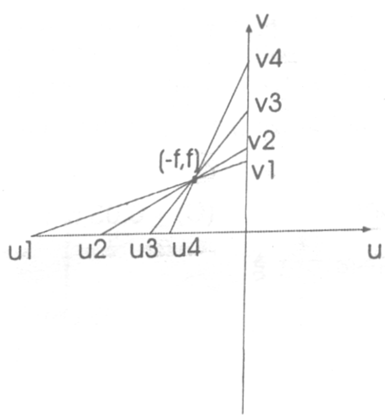
Graph of v vs. u for a Convax lans



(iv) **u_n और v_n को मिलाने पर :**

u_1, u_2, u_3........ u_n को x-अक्ष पर और v_1, v_2, v_3........ v_n को y अक्ष पर अंकित करो। अब u_1 को v_1 से u_2 को v_2 से u_3 को v_3 से .... को जोड़ने वाली रेखाएं खींचो।

सारी रेखाएं उभनिश्ठ बिन्दु (-f, f) पर मिलेगी।



u - v प्रेक्षणों से $u_1, u_2 \ldots u_n$ को x- अक्ष पर और $v^1, v^2, \ldots v^n$ को y-अक्ष पर अंकित करो । u_1 को v_1 से u_2 को $v_2 \ldots u_n$ की v_n से मिलाने वाली रेखा खींचो और उका उभयनिश्ठ प्रतिच्छेदी बिन्दु ज्ञात करो और उसे (-f,f) के बराबर रखो। index error और अधिकतम अनुमेय त्रुटि अवतल दर्पण की तरह की ज्ञात कर सकते है।

Exercise # 1

PART - I : SUBJETIVE QUESTIONS

1. स्क्रूगेज से तार का व्यास मापा गया और प्रेक्षण 1.325, 1.326, 1.334, 1.336 cm आए। तार का औसत व्यास, माध्य त्रुटि सापेक्ष त्रुटि और % त्रुटि ज्ञात करो।
2. निम्न प्रेक्षणों में सार्थक अंक ज्ञात करो–
(i) 0.007gm (ii) 2.64×1024kg (iii) 0.2370 gm/cm^3 (iv) 6.320 J/K (v) 6.032 N/m^2
(vi) 0.0006032 K^{-1}
3. निम्न संख्याओं को तीन सार्थ अंको में round off करो–
(i) 0.03927 Kg (ii) 4.85×10^{8}sec (iii) 5.2354 m (iv) 4.735×10^{-6} Kg
4. अनुनाद नली के प्रयोग $(v = 2f_0(\ell_2 - \ell_1))$ में उपयोग कीये जाने वाले स्वरित्र की आवृत्ति (f_0) 340 Hz है और उसमें त्रुटि (tolerance) ± 1% है। प्रथम और द्वितीय अनुनाद क्रम ाः $\ell_1 = 24.0$ cm और $\ell_2 = 74.0$ cm पर आते हैं तो ध्वनि के वेग में अधिकतम अनुमेय त्रुटि ज्ञात करो।

PART - I : OBJETIVE QUESTIONS

1. एक आयताकार प्लेट की लम्बाई एक मीटर स्केल से 10.0 cm मापी गई । इसकी चौड़ाई वर्नियर कैलीपर्स से 10.00 cm मापी गई। मीटर स्केल और वर्नियर कैलीपर्स का अल्पमांक क्रम ाः 0.1 cm और 0.001 cm है। (Obrvioudly) क्षेत्रफल मापन में अधिकतम अनुमेय त्रुटि है।
(A) ± 0.02 cm^2 (B) ± 0.01 cm^2 (C) ± 0.03 cm^2 (D) zero भून्य

2. पिछले प्र न में क्षेत्रफल मापन में न्यूनतम सम्भव त्रुटि है
(A) ± 0.02 cm^2 (B) ± 0.01 cm^2 (C) ± 0.03 cm^2 (D) भून्य

3. घनाकार ब्लॉक में भुजाओं के मापन में त्रुटि ± 1% है, और द्रव्यमान मापन में त्रुटि ±2% है तो घनत्व मापन में अधिकतम सम्भव त्रुटि कितनी होगी–
(A) 1% (B) 5% (C) 3% (D) 7%

4. 'g'का मान ज्ञात करने के प्रयोग में L के मापन में त्रुटि ± 2% है और T के मापन में त्रुटि ± 3% है। 'g' में त्रुटि होगी–(from $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$)
(A) ±8% (B) ±6% (C) ±3% (D) ±5%

5. एक विराम घड़ी का अल्पतमांक 0.2 सैक. है। उस घड़ी से एक सरल लोलक को 20 दोलन करने में लगा समय 25 सैक. मापा गया। आवर्तकाल में अधिकतम प्रति ात त्रुटि है–
(A) 16% (B) 0.8% (C) 1.8% (D) 8%

6. 0.1 mm अल्पतमांक वर्नियर कैलीपर्स से एक घनाभाकार ब्लॉक की size 5 mm x 10 mm x 5 mm मापी गई। ब्लॉक के आयतन में अधिकतम प्रति ात त्रुटि होगी–
(A) 5% (B) 10 % (C) 15% (D) 20 %

7. एक प्रयोग में रा ियों x,y,z को मापा जाताहै और फिर t का मान सूत्र $t = \frac{xy^2}{z^3}$ से ज्ञात किया जाता है। यदि x,t और z में % त्रुटि क्रम ाः 1%, 3%, 2% तो t में प्रति ात त्रुटि होगी :
(A) 10% (B) 4% (C) 7% (D) 13 %

8. एक खोखले बेलन की आंतरिक और बाह्यय त्रिज्या क्रम ाः (4.23 ± 0.01) cm और (3.89 ± 0.01) है। बेलन की दीवार की मोटाई होगी–
(A) (034 ± 0.02) cm (B) (0.17 ± 0.02) cm (C) (0.17 ± 0.01) cm (D) (0.34 ± 0.01) cm

9. एक बॉल का द्रव्यमान 1.76 kg है ऐ 25 बॉल का द्रव्यमान कितना होगा–
(A) 0.44×10^{3}kf (B) 44.0 kg (C) 44 kg (D) 44.00 kg

10. दो प्रतिरोध $R_1(24 \pm 0.5)\Omega$ और $R_2(24 \pm 0.5)\Omega$ को श्रेणी क्रम में जोड़ा जाता है। तुल्य प्रतिरोध होगा–

(A) $32 \pm 0.33\Omega$ (B) $32 \pm 0.8\Omega$ (C) $32 \pm 0.2\Omega$ (D) $32 \pm 0.5\Omega$

11. स्क्रूगेज की पिच 0.5 mm है तथा इसके वृत्ताकार पैमान में 100 भाग है। जब दांतों के बीच कोई वस्तु नहीं रखी हो तो यह यंत्र +2 भाग पढ़ता है तार का व्यास मापने पर मुख्य पेमाने के 8 भाग, निर्दे ा रखा के 83^{rd} वें भाग के सम्पाती होते है तो तार का व्यास होगा–

(A) 4.05 mm (B) 4.405 mm (C) 3.05 mm (D) 1.25 mm

12. एक स्क्रूगेज जिसके वृत्ताकार 50 भाग है। इसका पिच 1 mm है। जब स्क्रूगेज के दो दांते सम्पर्क में होते है तो वृत्ताकार पैमाने का भून्य अं ाकन रेखा से 6 भाग नीचे होता है तो रेखीय पैमाने के 3 भाग तो स्पश्ट रूप से दिखते है जबकि पैमान पर 31^{th} वां भाग निर्दे ा रेखा के सम्पाती होता है तो तार का व्यास होगा ?

(A) 3.62 mm (B) 3.50 mm (C) 3.5 mm (D) 3.74 min

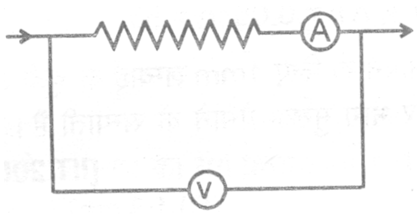
13. वर्नियार कैलीपर्स के मुख्य पैमाने का सबसे छोटा भाग 1 mm तथा 10 वर्नियर भाग मुख्य पैमाने के 9 भागों के सम्पाती है। जब गोले का व्यास मापा जाताहै तो वर्नियर पैमाने का भून्य चिन्द 2.0 तथा 2.1 cm के मध्य आता है तथा वर्नियार पैमाने का पांचवा भाग एक पैमाने के भाग के सम्पाती होता है तो गोले का व्यास है–

(A) 20.5 cm (B) 3.05 cm (C) 2.50 cm (D) इनमें से कोई नहीं।

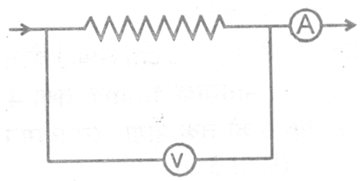
PART - III : COMPREHENSOIN

अनुच्छेद

ओम के नियम के प्रयोग से अज्ञात प्रतिरोध R का कामन ज्ञात करते है, इसके दो तरीके (A) तथा (B) सम्भव है।
मापित प्रतिरोध R दिया जाता है।



(a)



(b)

मपित प्रतिरोध R दिया जाता हे।

$$R_{measured} = \frac{V}{i}$$

V = वोल्टमीटर द्वारा मापा गया विभवान्तर, i= अमीटर द्वारा मापी गई धरा ।
लेकिन उपयोग में लिये गये अमीटर व वोल्टमीटर आद ि नहीं है। इनका प्रतिरोध R_A व R_v है।

1. चित्र (A), के लिये मापित प्रतिरोध होगा–

(A) $R + R_v$ (B) $R + R_A$ (C) $\frac{RR_V}{R+R_V}$ (D) $\frac{RR_V}{R+Rv} + R_A$

2. चित्र (B), के लिये मापित प्रतिरोध होगा–

(A) $R + R_v$ (B) $R + R_A$ (C) $\frac{RR_V}{R+R_V}$ (D) $\frac{RR_V}{R+R_V} + R_A$

3. आपको दो प्रतिरोध X व Y दिया जाता है। जिसका प्रतिरोध I आपको अमीटर R_A=0.5 Ω तथा वोल्टमीटर R_v=0.5 Ω द्वारा ज्ञात करना है। यह जानते हुए कि x परा ा कुछ ओम की है तथा Y की परा ा कई किलो ओम की है। X व y को मापित करने के लिये कौन सा परिपथ ज्यादा उपयुक्त है ?

प्रतिरोध	परिपथ
x	(a)
y	(b)

(A) x $\rightarrow$ (a), y $\rightarrow$ (b) (B) x $\rightarrow$ (b),y $\rightarrow$ (a)
(C) x $\rightarrow$ (a),y $\rightarrow$ (a) (D) x $\rightarrow$ (b),y $\rightarrow$ (b)

Exercise # 2

JEE PROBLEMS (LAST 10 YEARS)

1. एक घन की भुजा की लम्बाई 1.2×10^{-2}m है तो इसके आयतन होगा– **[IIT 2003, Scr.]**
(A) $1.7 \times 10^{-6}m^3$ (B) $1.73 \times 10^{-6}m^3$ (C) $1.70 \times 10^{-6}m^3$ (D) $1.732 \times 10^{-6}m^3$

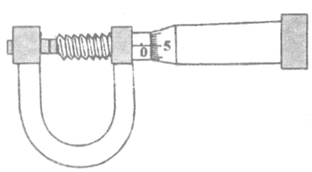
2. एक तार की लम्बाई $l = 6 \pm 0.06$ cm तथा त्रिज्या $r = 0.5 \pm 0.005$ cm तथा द्रव्यमान $m = 0.3 \pm 0.03$ g है तो घनत्व में अधिकतम प्रति ात त्रुटि है– **[IIT 2004, Scr.]**
(A) 4 (B) 2 (C) 1 (D) 68

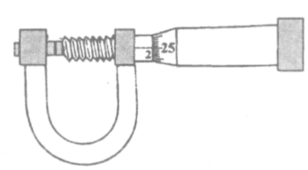
3. Searle's प्रयोग में तार का व्यास, एक स्क्रूगेज जिसका अल्पतमांक 0.001cm है से 0.050 cm मापा जाता है। तार की लम्बाई एक स्केल जिसका अल्पमांक 0.1 cm है से 110.0 cm मापी जाती है। जब 50 N का वजन तार से लटकाया जाता है तो एक माइक्रोमीटर जिसका अल्पतमांक 0.001 vm है से मापांक में विस्तार 0.125cm मापा जाता है। तो इन आंकड़ों से तार के पदार्थ में यंग प्रत्यास्थता गुणाक में अधिकतम त्रुटि का मापन ज्ञात करो । **[IIT-JEE' 2004 ;2m]**

4. एक विद्यार्थी प्रयोग द्वारा g का निम्न मान $g = \left(= \frac{4\pi^2 \ell}{T^2}\right)$ ज्ञात करता है $\ell \approx 1$ तथा $\Delta\ell$ त्रुटि बताता है तथा ΔT अल्पतमांक वाली स्टॉप वॉच की सहायता से T के लए n दोलनों का समय ज्ञात करता है तथा 0.1 sec व्यक्तिगत त्रुटि बताता है तो किन आंकड़ों के लिए g का मापन सबसे यर्थाथ होगा ?
(A) $\Delta L = 0.5, \Delta T = 0.1, n = 20$ (B) $\Delta L = 0.5, \Delta T = 0.1, n = 50$
(C) $\Delta L = 0.5, \Delta T = 0.01, n = 20$ (D) $\Delta L = 0.5, \Delta T = 0.1, n = 20$ **[JEE - 2006]**

5. एक स्क्रूगेज में 100 समान भाग है तथा 5.6 cm लम्बाई के तार का व्यास मापने के लिए 1 mm लम्बाई के चूड़ी अंतराल का उपयोग किया जाता है। मुख्य पैमाने का पाठ्यांक 1mm है तथा 47^{th} वां वृत्ताकार भाग मुख्य पैमाने के सम्पाती है। तो तार का प श्ठीय क्षेत्रफल (cm^3में) सही सार्थक अंकों तक होगा (उपयोग करे $\pi = 22/7$) **[IIT 2004,2 marks]**
(A) 2.1 cm_2 (B) 2.6 cm_2 (C) 5.2 cm_2 (D) 1.3 cm_2

6. चित्र में प्रद ित स्क्रूगेज में 50 वृत्ताकार भाग है। यह मुख्य पैमाने पर एक पूर्ण घूर्णन के लिये 0.5 mm गति करता है तथा मुख्य पैमाने पर 1/2 mm चिन्ह है तो बॉल का व्यास है: **[JEE 2006]**



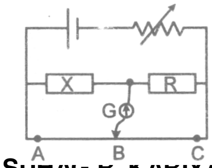


(A) 2.25 mm (B) 2.20 mm (C) 1.20 mm (D) 1.25 mm

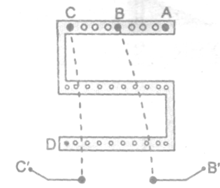
7. यदि मुख्य पैमाने का n^{th} वां भाग $(n+1)^{th}$ वे वर्नियर पैमाने के सम्पाती है तथा एक मुख्य पैमाने का भाग 'a' इकाई के बराबर है तो वर्नियर का अल्पतमांक निम्न के बराबर है– **[IIT 2003,2 marks]**
(A) $\frac{a}{n+1}$ (B) $\frac{n+1}{a}$ (C) $\frac{n}{a}$ (D) n

8. एक घन वर्नियर की भुजा कैलीपर्स भुजा से मापी जाती है। (वर्नियर पैमाने के 10 भाग, मुख्य पैमाने के 9 भाग के सम्पाती है।) जहां मुख्य पैमाने का 1 भाग 1 mm है।) मुख्य पैमाना 10 mm पढ़ता है तथा वर्नियार पैमाने के प्रथम भाग मुख्य पैमाने के सम्पाती है। घन का द्रव्यमान 2.736 g है। तो घन का घनत्व सही सार्थक अंको तक है: **[IIT 2005,2marks]**
(A) 1.33 gm/cm^3(B) 0.66 gm/cm^3(C) 2.66 gm/cm^3 (D) 4.88 gm/cm^3

9. R प्रतिरोध के तीन मानों R_1,R_2,R_3 नामों के लिए जॉकी की संतुलन स्थितियां क्रम ः A,B तथा C है। X की गणना के लिये कौन सी स्थिति सर्वाधिक भाृद्ध होगी। कारण बताओ। B तार के मध्य बिन्दु के नजदीक है। **[JEE(mains)- 05,2/60]**



10. पोस्ट ऑफिस बॉक्स संरचना में अज्ञात प्रतिरोध का मान ज्ञात करने के लिए इसे किन बिन्दुओं के बीच जोड़े–



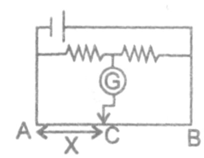
(A) A तथा B

(B) B तथा C

(C) C तथा D

(D) A तथा D **[JEE – 04,4]**

11. दिये गये परिपथ में, गेल्वेनोमीटर से कोई धारा नहीं बहती है। यदि AB की अनुप्रस्थ काट का व्यास दुगुना कर दें, तो गेल्वेनोमीटर के भान्य बिन्दु के लिये AC का मान होगाः **[JEE – 03,3]**



(A) 2 X

(B) X

(C) $\frac{X}{2}$

(D) कोई नहीं।

12. एक मीटर–सेतु (तार की लम्बाई 100 cm) के एक खाली स्थान में 2Ω का प्रतिरोध जोड़ा जाता है और दूसरे खाली स्थान में 2Ω से बड़ा एक अज्ञात प्रतिरोध जोड़ा जाता है। जब इन प्रतिरोधों के स्थान आपस में बदल दिये जाते हैं तो संतुलन बिन्दु 20 cm खिसक जाता है। किसी भी प्रकार की अ ुद्धियों के नगण्य मानते हुए, अज्ञात प्रतिरोध का मान है। **[JEE 2007_paper-1, 3/81]**

(A) $3\,\Omega$ **(B)** $4\,\Omega$ **(C)** $5\,\Omega$ **(D)** $6\,\Omega$

13. ठीक 2m लम्बे एक तार का यंग प्रत्यास्थता गुणांक निकालने के लिये सर्ल की विधि का उपयोग करते हुये एक पेयग्र करता है। एक वि ोश पठन लेते हुए वह ± 0.05 mm की अनि चतता के साथ तार की लम्बई में वृद्धि को 0.8 mm नापता है जबकि लटका हुआ भार ठीक 1.0 kg है। विद्यार्थी तार के व्यास को भी नापता है जो ± 0.01 mm की अनि चतता के साथ 0.4 mm पाया जाता है। g का मान ठीक 9.8 m/s2 (exact) लेते हुए, इस पटठन से प्राप्त यंग प्रत्यास्थता गुणांक है : **[JEE 2007_paper-2 3/81]**

(A) $(2.0 \pm 0.3) \times 10^{11}$ N/m^2 **(B)** $(2.0 \pm 0.2) \times 10^{11}$ N/m^2
(C) $(2.0 \pm 0.1) \times 10^{11}$ N/m^2 **(D)** $(2.0 \pm 0.05) \times 10^{11}$ N/m^2

14. विद्यार्थी I II तथा III एक सरल लोलक के द्वारा गुरूत्वीय त्वरण (g) को मापने का प्रयोग करते है। वे अलग–अलग लंबाई का लोलक उपयो करते हैं तथा/अथवा, अलग–अलग संख्या के दोलनों का समय मापते है। प्रेक्षणों को निम्न तालिका में द र्शाया गया है। **[JEE 2008_paper-1, 3/81]**
लम्बाई का अल्पतमांक = 0.1 cm
समय का अल्पतमांक = 0.1 s

विद्यार्थी	लेलक की लंबाई (cm)	छोलनों की संख्या (n)	S;दद्ध छोलनों का कुल समय (s)	आवर्त काल (s)
I	64.0	8	128.0	16.0
II	64.0	4	64.0	16.0
III	20.0	4	36.0	9.0

यदि विद्यार्थी I II तथा III के लिये g की प्रति ात अ ुद्धि $\left(\frac{\Delta g}{g} \times 100\right)$ क्रम ः E_I, E_{II} तथा III है, तो

(A) $E_I = 0$ **(B)** E_I न्यूनतम है
(C) $E_I = E_{II}$ **(D)** E_{II} महत्तम है

Answers

EXERCISE # 1

PART – I

1. $\overline{D} = 1.330$cm, $\overline{\Delta D} = 0.004$ cm, Relative error = ± 0.003, % error = 0.3%

2. (i) 1 (ii) 3 (iii) 4 (iv) 4 (v) 4 (vi) 4

3. (i) 0.0393 (ii) 4.08×10^{8} sec (iii) 5.24 m (iv) 4.74×10^{-6} kg

4. 1.2 %

PART –II

1.	A	**2.**	D	**3.**	B	**4.**	A	**5.**	B	**6.**	A	**7.**	D
8.	C	**9.**	B	**10.**	B	**11.**	B	**12.**	B	**13.**	A		

PART – III

1.	B	**2.**	C	**3.**	B

EXERCISE #2

1.	A	**2.**	A	**3.**	1.09×10^{10} N/m^2	**4.**	D	**5.**	B	**6.**	C
7.	A	**8.**	C	**9.**	$\ell = 50$ cm.	**10.**	D	**11.**	B	**12.**	A
13.	B	**14**	B								